臺灣省農業試驗所試驗報告
第二十七號
BULLETIN
OF
TAIWAN AGRICULTURAL RESEARCH INSTITUTE
No. 27

手提水稻收割機之研究

譚奇才　鄔清標

A Primary Study in Hand Rice Cutters

by

Chitsai Tan And Ching-piao Wu

臺灣省農業試驗所刊行
中華民國　臺北市
中華民國五十七年十月
Published by
TAIWAN AGRICULTURAL RESEARCH INSTITUTE
TAIPEI, TAIWAN, CHINA
October, 1968

手提水稻收割機之研究

目　　次

一、前　言……………………………………………………1
二、目　的……………………………………………………2
三、基本理論分析
1.時間與稻株重心位置之關係……………………………1
2.割切力F之速度與水稻倒伏之關係……………………4
3.水稻之回復係數與割稻之關係…………………………7
4.水稻之自然傾斜……………………………………………8
5.水稻自然傾斜下割稻之分析………………………………8
6.切刀與表土間有一距離時之割稻…………………………12
7.切刀割入稻稈分析之一……………………………………16
8.切刀割入稻稈分析之二……………………………………18
9.人工割稻用力之分析………………………………………20
10.多本稻割切之分析…………………………………………23
11.割稻機機體與表土間之摩擦與作用力間之關係…………28
12.討　論………………………………………………………31
四、試驗及討論
1.試驗方法……………………………………………………32
2.試驗內容……………………………………………………32
3.討　論………………………………………………………32
Summary …………………………………………………………38
Author's Words……………………………………………………39
References…………………………………………………………40

手提水稻收割機之研究

譚 奇 才　　鄔 清 標

一、前　　　言

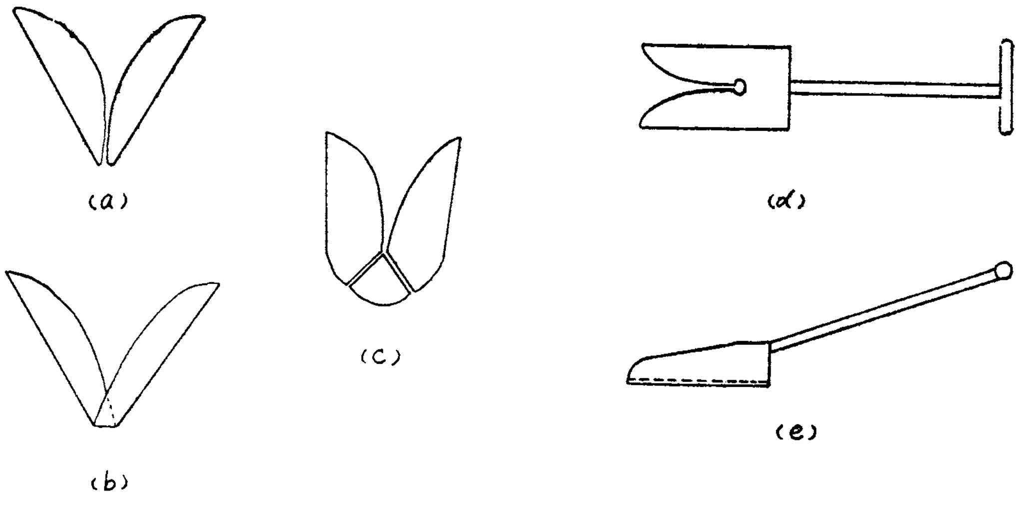
本省水稻收穫作業，向以鎌刀刈割水稻爲主要工具，工作效率既低，所需勞力又多，從而增加生產成本，且操作者必須彎腰始能割稻，工作極爲辛苦，隨着教育之普及和國民生活水準之日漸提高，農村青年對此等工作多視爲畏途，不願參與，故每逢水稻收穫季節，農家往往因人手之不足而躭誤農時，對產量品質之影響頗鉅，此一問題，且有隨時間而日趨嚴重之勢，近數年來，政府雖曾由日本引進各式動力收穫機多種，但該等機械，在設計上與本省農業環境不盡相同，即在日本，目前仍多停滯在研究改良階段，且售價高昂，自無法爲本省農民所接受，爲減輕農民負担，增加工作效率和減少工作辛勞，在理想之動力收穫機未被發明和在本省推廣前，一種簡單的高效率和易於操作之手提水稻收割機之被廣泛採用，以應此一過渡時期之需，實爲當前之急務，同時，此項研究成果，亦可供將來設計及改良動力收穫機之參考。

二、目　　　的

以現有由日本購入之手推，手拉壓力式水稻收割機各一種并自製手推式水稻收割機一種，以研究其能率並與鎌刀刈割比較之。

三、基本理論分析

手提水稻收割機之構造極爲簡單，均係利用兩組具有鋸齒之切刀，一端重疊或密接，他端張開，連以手柄而成，如第a、b、c、d、e各圖所示。



(a)　(b)　(c)　(d)　(e)

但其割稻作用，因稻株每株本數甚多，且本數與每本直徑及稻稈之物理性質相差甚鉅，故在力學上，分析起來極爲複雜，爲簡便計，在此僅作淺近之探討。

1.時間與稻株重心位置之關係：

爲便於研究，先以水稻一本爲研究對象，并假設其爲剛體(rigid body)且呈柱狀 (column)

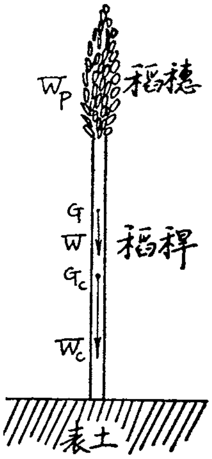
一本水稻，其上端爲稻穗（Panicle），稻穗以下至表土爲稻稈（Culm）稻稈上有稻葉（lea—ves），表土以下爲鬚根（rootlets），本文所研究者以稻穗及稻稈兩部份爲限，且稻葉與稻稈重合（Coincide），因其爲剛體，故稻穗上之穀粒均向上指，如第1圖所示。

設稻穗之重量爲Wp

稻稈之重量爲Wc

水稻總重量爲W：

則 $W=Wp+Wc$ ………………… (1—1)

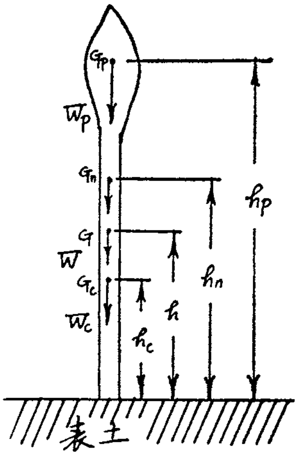


第 1 圖

因水稻爲剛體，故稻穗之尖端向上，且稻穗與稻稈之重心應在同一直線上，并垂直於地面。

設稻穗之重心爲Gp，由Gp至表土之距離爲hp，稻稈之重心爲Gc，由 Gc至表土之距離爲hc，水稻之重心爲G，由G至表土之距離爲h，如第2圖所示。

由水稻之生理知，水稻成熟後至收穫期間，稻稈之水份漸減而變枯黃，亦即Wc之重量漸漸減少，但稻穗之重量Wp仍繼續增加（見附表一），故知Wp及Wc均爲時間之函數。



第 2 圖

設t爲時間

并 設

$Wp=f(t)$ …………… (1—2)

當t增至 $t+\Delta t$ 時

則 $Wp+\Delta Wp=f(t+\Delta t)$ ………………………… (1—3)

ΔWp 爲Wp在 $t+\Delta t$ 時間之增量，由附表一獲知其值爲正。

$\therefore \quad \Delta Wp=f(t+\Delta t)-f(t)$ …………………… (1—4)

設 $Wc=g(t)$ ………………………………………… (1—5)

當t增至 $t+\Delta t$ 時

則 $Wc+\Delta Wc=g(t+\Delta t)$ …………………………… (1—6)

由試驗獲知 ΔWc 爲負值

即 $Wc-\Delta Wc=g(t\Delta\Delta t)$ ………………………………… (1—7)

$-\Delta Wc=g(t+\Delta t)-g(t)$ ……………………… (1—8)

將（1—4）式兩端各以 Δt 除之得：

$$\frac{\Delta Wp}{\Delta t}=\frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t}$$

$$則\ \frac{dWp}{dt}=\lim_{\Delta t\to o}\frac{\Delta Wp}{\Delta t}$$

$$=\lim_{\Delta t\to o}\frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t}$$

$$= f'(t) \cdots\cdots\cdots\cdots (1-9)$$

同理得：

$$\frac{-\triangle Wc}{\triangle t} = \frac{g(t+\triangle t)-g(t)}{\triangle t} \cdots\cdots\cdots\cdots (1-10)$$

$$\frac{-dWc}{dt} = \lim_{\triangle t \to o} \frac{-\triangle Wc}{\triangle t}$$

$$= \lim_{\triangle t \to o} \frac{g(t+\triangle t)-g(t)}{\triangle t}$$

$$= g'(t) \cdots\cdots\cdots\cdots (1-11)$$

由（1—9）式得：

$$dWp = f'(t)\, dt \cdots\cdots\cdots\cdots (1-12)$$

由（1—11）式得：

$$-dWc = g'(t)\, dt \cdots\cdots\cdots\cdots (1-13)$$

設Wpn爲Wp由t_1至tn時之總重量

由（1—12）得：

$$Wpn = Wp + \int_{t_1}^{tn} f'(t)\, dt \cdots\cdots\cdots\cdots (1-14)$$

設Wcn爲Wc由t_1至tn時之總重量，由（1—13）式得：

$$Wcn = Wc - \int_{t_1}^{tn} g'(t)\, dt \cdots\cdots\cdots\cdots (1-15)$$

設Wn爲W由t_1至tn時之重量

則 $Wn = Wpn + Wcn \cdots\cdots\cdots\cdots (1-16)$

設hp及hc爲已知，則h可由下式求得：

$$(Wp+Wc)\, h = Wphp + Wchc$$

$$\therefore h = \frac{Wphp + Wchc}{Wp + Wc}$$

$$= \frac{Wphp + Wchc}{W} \cdots\cdots\cdots\cdots (1-17)$$

當時間t由t_1增至tn時，爲簡便計，設$\triangle Wp$之增加非常均勻，即$\triangle Wp$之增量均勻分佈於稻穗之每一部份，此即表示Gp之位置不變亦即hp之值不變；同理設$\triangle Wc$之減少亦非常均勻，即Gc之位置不變亦即hc之值不變，但G之位置設已移至Gn，h之值則變爲hn

則 $(Wpn + Wcn)\, hn = Wpnhp + Wcnhc$

$$\therefore hn = \frac{Wpnhp + Wcnhc}{Wpn + Wcn}$$

$$= \frac{Wpnhp + Wcnhc}{Wn} \cdots\cdots\cdots\cdots (1-18)$$

將（1—17式）之右邊上下各以（Wpn＋Wcn）乘之得：

$$h = \frac{(Wphp + Wchc)(Wpn + Wcn)}{(Wp + Wc)(Wpn + Wcn)}$$

$$= \frac{WpWpnhp + WpWcnhp + WcWpnhc + WcWcnhc}{(Wp + Wc)(Wpn + Wcn)} \cdots\cdots\cdots\cdots (1-19)$$

將 (1—18) 式右邊上下各以 (Wp + Wc) 乘之得：

$$hn = \frac{WpWpnhp + WpnWchp + WcnWphc + WcnWchc}{(Wp + Wc)\ (Wpn + Wcn)} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1—20)$$

(1—20) — (1—19) 得：

$$hn—h = \frac{(WpnWc—WpWcn)\ hp + (WcnWp—WcWpn)\ hc}{(Wp + Wc)\ (Wpn + Wcn)}$$

$$= \frac{(WpnWc—WpWcn)\ (hp—hc)}{(Wp + Wc)\ (Wpn + Wcn)}$$

$$= \frac{(WpnWc—WpWcn)\ (hp—hc)}{W \cdot Wn} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1—21)$$

由假設知Wp、Wc、Wpn、Wcn均爲正値，故W、Wn亦爲正値，亦即 $W \cdot Wn > 0$

由 (1—14) 及 (1—15) 得知：

$Wpn > Wp$

$Wcn < Wc$

則 $Wpn \cdot Wc > Wp \cdot Wcn$ ………………………………………… (1—22)

亦即 $Wpn \cdot Wc—Wp \cdot Wcn > o$ ………………………………………… (1—23)

由假設 $hp > hc$

則 $hp — hc > o$ ………………………………………… (1—24)

將 (1—23) 及 (1—24) 代入 (1—21) 得：

$$hn—h = \frac{(WpnWc—WpWcn)\ (hp—hc)}{W \cdot Wn} > o$$

即 $hn—h > o$

或 $hn > h$ ………………………………………… (1—25)

由 (1—25) 知，當t由t_1增至tn時，h將上昇至hn，亦即G將上移至Gn之位置，如第 2 圖所示。

討　論：

由於水稻本非剛體，且其回復係數 (Coefficient of Restitution) e之値極小，即e< <1，當自然界之風吹襲其上時，即易發生偏斜現象 (Deflection) ，再加上其本身重量所產生之彎曲力矩 (Bending Moment) ，更加速水稻之傾覆，關於此點，下文將另有分析。

2. **割切力F之速度與水稻倒伏之關係：**

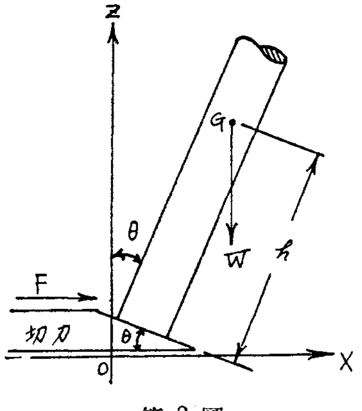
設手提水稻收穫機切刀之割切力爲 F ，今特就當F之割切速度極慢及極快時兩種情形分別予以分析如下：

(i) 割切力F之割切速度極慢時：

當割切力F以極緩慢之速度自水稻與表土相接處切割時，則將有如第3 圖所示，切刀依力F之方向，插入稻稈之基部，因切刀之尖端斷面呈一極小之角度，設此一角度爲 θ ，因水稻爲剛體，且呈柱狀 (由前節假設) ，故水稻與Z軸間亦呈θ角，設水稻重心在 G處， G與稻稈基部相距h，水稻之總重量爲W，則水稻基部O點在割切時將受一彎曲力矩 (Bending Moment) ，設此一彎曲力矩爲Mo,

則 $Mo = W\ h\ \sin\theta$ ………………… (2—1)

將 (2—1) 式就θ微分得：



第 3 圖

$$\frac{dMo}{d\theta} = W \cdot h \cdot \cos\theta \cdots\cdots (2-2)$$

將　(2—2) 式微分得：

$$\frac{d^2Mo}{d\theta^2} = - W \cdot h \cdot \sin\theta \cdots\cdots (2-3)$$

由第3圖知，θ角係由 O至 $\frac{\pi}{2}$ ，

即　$O \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2} \cdots\cdots (2-4)$

當 $O \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ 時，　Sinθ之值爲正，

由假設，W,h之值均爲正，

故 (2—3) 式爲：

$$\frac{d^2Mo}{d\theta^2} = -WhSin\theta < O$$

∴知當 $\frac{dMo}{d\theta} = O$ 時有一極大值，

亦即 $Whccs\theta = O$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{2} \cdots\cdots (2-5)$$

將 (2—5) 代入 (2—1) 式得：

$$Mo = WhSin\theta$$
$$= Wh \cdots\cdots (2-6)$$

亦即當θ由O增至 $\frac{\pi}{2}$ 時，Mo 有一極大值Wh，

今假設水稻之總重量W均係集中於G處，如此，當水稻被切刀割斷時，W又可視爲自由落體 (Free Falling Body) 則：

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -g \cdots\cdots (2-7)$$

積分之得：

$$\frac{dz}{dt} = -\int g dt + c_1$$
$$= -gt + c_1 \cdots\cdots (2-8)$$

當 $t = o$ 時，$\frac{dz}{dt} = o$　　$\therefore c_1 = o$

$$\therefore \frac{dz}{dt} = -gt \cdots\cdots (2-9)$$

再積分之，

$$z = -\int gt dt + c_2$$
$$= -\frac{1}{2}gt^2 + c_2 \cdots\cdots (2-10)$$

當 $t = o$ 時　$z = h\cos\theta$

$$\therefore c_2 = h\cos\theta$$

則　$z = -\frac{1}{2}gt^2 + h\cos\theta \cdots\cdots (2-11)$

(2—11) 式即爲所求之自由落體方程式

當G點落於地面時，即z＝o時，代入（2—11）式得：

$$o=-\frac{1}{2}gt^2+h\cos\theta$$

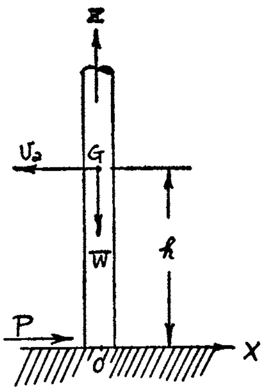
$$t=\sqrt{\frac{2h\cos\theta}{g}} \quad \cdots\cdots (2—12)$$

討　論：

假設水稻爲剛本，當切刀以力F緩慢將稻稈基部切斷時，水稻之重心G將以h爲半徑，按照（2—12），經$t=\sqrt{\frac{2h\cos\theta}{g}}$秒後，沿$x$方向落於地面h處（設稻稈基部與地面無滑動 Slip發生），此即說明水稻經切刀割斷後，將沿力F之方向，倒伏於切刀之正前方（設水稻被割斷時不受其他情況如風力等之影響）。

（ii）割切力F之割切速度極快時：

設切刀割切水稻之割切力仍爲F，但割切速度極快，亦即所需時間極短，此時之F應視爲衝擊力（Impulsive Force）



第 4 圖

則 $\frac{d}{dt}(m\vec{v})=\vec{F} \quad \cdots\cdots (3—1)$

積分得：

$$\int_{v_1}^{v_2} m d\vec{v}=\int_0^{\tau}\vec{F}\,dt$$

$$m\vec{v_2}-m\vec{v_1}=\int_0^{\tau}\vec{F}\,dt \quad \cdots\cdots (3—2)$$

或 $m\vec{v_2}-m\vec{v_1}=\vec{p} \quad \cdots\cdots (3—3)$

上式中$\vec{v_1}$代表水稻重心G在衝擊力$\vec{F}$作用前之速度，τ爲極短之時間，$\vec{v_2}$爲衝擊力$\vec{F}$作用τ秒後G之速度，m爲水稻之總質量，亦即

$$m=\frac{W}{g} \quad \cdots\cdots (3—4)$$

又 $\vec{p}=\int_0^{\tau}\vec{F}\,dt \quad \cdots\cdots (3—5)$

∴ $\vec{p}$ 爲衝擊（Impulse）

∵G在衝擊前係在靜止狀態（假設）

∴ $\vec{v_1}=o \quad \cdots\cdots (3—6)$

代（入）(3—3）式得：

$$m\vec{v_2}=\vec{p} \quad \cdots\cdots (3—7)$$

或 $\vec{v_2}=\frac{\vec{p}}{m}$

$$=\frac{\vec{p}g}{W} \quad \cdots\cdots (3—8)$$

亦　即 $\vec{v_2}=\frac{g}{W}\int_0^{\tau}\vec{F}\,dt \quad \cdots\cdots (3—9)$

討　論：

設水稻爲剛體，由（3—9）式得知，當割切力F之大小不變，而其速度加快時，水稻之重心 G將以$\vec{v_2}=\frac{g}{W}\int_0^{\tau}\vec{F}\,dt$ 之速度向割切力F作用方向相反之方向倒伏。

3.**水稻之回復係數與割稻之關係：**

以上所分析者均係假定水稻爲剛體（Rigid Body），實則與剛體相去極遙，按剛體之回復係數（Coefficient of Restitution）$e=1$，而水稻之回復係數極小，由試驗得知，水稻之回復係數至少與時間有關，

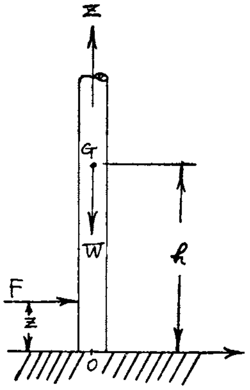
亦 即 $e_n = \Phi(t)$ ……………………………………………………………………… (4—1)

（4—1）中 e_n 爲水稻之回復係數，t爲時間，當t增加時，e_n之值減少，至一極限值e_{min}時而止，目前一般育種專家所致力育成抗倒伏之水稻品種，換言之，即在使此一極限值e_{min}提高。

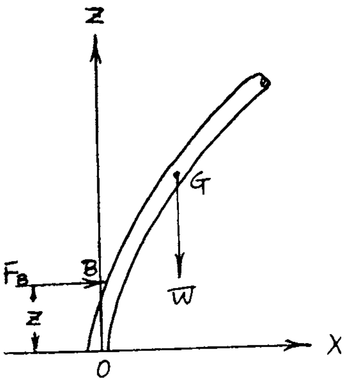
由於水稻之回復係數極小，又因水稻生育期間曾施行多次中耕除草，致水田表土凸凹不平，故用手提收割機割稻時，切刀極難自稻稈基部將其割斷，如第 3圖所示。實則割稻時切刀與表土間有一間隔存在，此一間隔設其爲z，如第5圖所示，由於z之存在，且水稻之回復係數e之值遠小於1，

即 $e \ll 1$

故當切刀以 F 之力加於稻稈時，稻稈即向x方向偏斜（Deflection）如第6圖所示，關於此點，下文將有較詳細之分析，由實驗知，當 z 之值甚大時，其使水稻沿作用力F方向偏斜之作用，遠超過其他各項因素（Factors）對水稻之影響，由此可知，使用手提割稻機割切水稻時，稻株通常均沿作用力F方向倒伏，z爲最主要之原因。



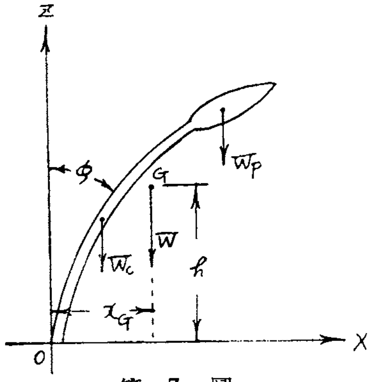
第 5 圖



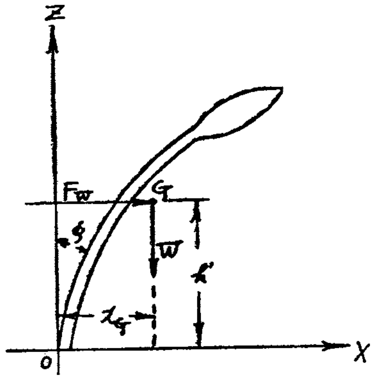
第 6 圖

4.水稻之自然傾斜

前節業已論及，水稻本非剛體，且其回復係數$\epsilon << 1$，故水稻成熟後，受其自身重量及自然環境如風力等之影響，即使在最良好之直立狀況下，亦如第7圖所示，稻稈與z軸間有ϕ角之存在，因此，通常重心 G 之位置已不在稻稈上，而係如第7圖所示，高為h'，并與z軸相距 Xg ，在此情形下，稻稈基部 o處一直受有彎曲力矩 (Bending Moment) Mg之作用。



第 7 圖



第 8 圖

且$Mg = WXg$ .... (5—1)

由於稻稈之回復係數 小，此一力矩 Mg可使稻稈之偏斜增大，又風力對稻稈偏斜之影響事實上遠超過 Mg之影響，理由如下：

設風之力為Fw，且集中作用於 G 點，并假設當ϕ甚小時，

∵ $Fw >> W$ .... (5—2)

及 $h' >> Xg$ .... (5—3)

設風力Fw對o點之彎曲力矩為Mw

則 $Mw = Fwh'$ .... (5—4)

(5—2) × (5—3) 式得：

$Fwh' >> WXg$ .... (5—5)

由 (5—4)，(5—)，

∴得： $Mw >> Mg$ .... (5—6)

(5—6) 式表示當ϕ = o ，或ϕ之值甚小時，風力Fw對水稻自然傾斜之影響遠超過水稻本身重量所生之影響，同時，由 (5—4) 式

∵ $Mw = Fwh'$

設 Fw之值一定 (Constant)

則 $Mw \sim h'$ .... (5—7)

由 (5—7) 式知當h'之值增大時，Mw之值亦增大，此表示當重心G之位置提高時，水稻受風力之影響將更增大，亦即ϕ角將更增大。

5.水稻自然傾斜下割稻之分析：

為便於計算，割稻時，假設當時無風，即割稻時不受風力之影響，如此，則水稻僅受切刀及水稻本身重量之影響，又設重心G之位置仍在稻稈上，由G至o之距離為h，如第9圖所示：

則$h' = h\cos\phi$ .... (6—1)

及$Xg = h\sin\phi$ .... (6—2)

代入（5—1）式得：

$M_G = WX_G$

$= Wh\sin\phi$ ······················ (6—3)

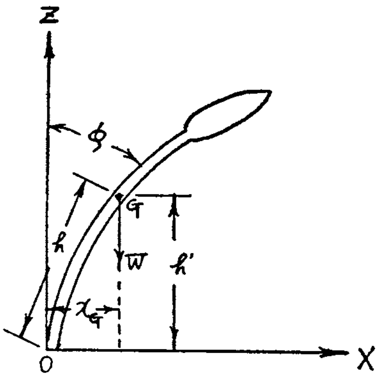
在此情形下：

(i) 當割切力Fo之割切速度極小時：

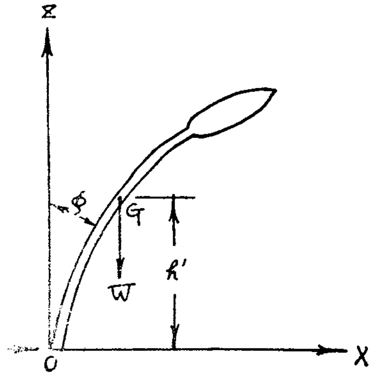
(a) 設Fo沿X方向將切刀自o處切入稻稈：

設Fo 爲收割機加於切刀上之力并沿X方向自o處切入稻稈，如第10圖所示，復依第 3圖所示，設切刀之頂角爲θ，當切刀插入 o處後，設水稻與Z軸間之傾斜角爲λ，則

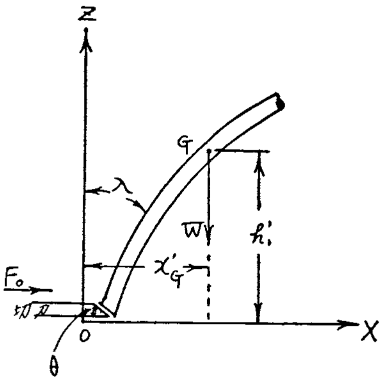
$\lambda = \phi + \theta$ ······························ (6—4)



第 9 圖



第 10 圖



第 11 圖

如第11圖所示

$\because \phi$、θ均爲正值

$\therefore \lambda > \phi$ ································· (6—5)

設G距X軸之高爲h_1'

則$h'_1 = h\cos\lambda$ ································ (6—6)

設G距Z軸爲X'_G

則$X'_G = h\sin\lambda$ ································ (6—7)

由（6—6）式

$h_1' = h\cos\lambda$

$= h\cos(\phi + \theta)$

$= h(\cos\phi\cos\theta - \sin\phi\sin\theta)$ ··············· (6—8)

將 （6—1）、（6—2）代入（6—8）得：

$h'_1 = h'\cos\theta - X_G\sin\theta$ ························ (6—9)

當 $\theta = o$時，$\cos\theta = 1$

則 $h'\cos\theta = h'$ ·································· (6—10)

因 θ角係銳角故知其值爲由o至$\frac{\pi}{2}$

當 $o < \theta < \frac{\pi}{2}$時，　　則$o < \cos\theta < 1$

此即$o < h'\cos\theta < h'$ ······························ (6—11)

當 $\theta = o$時，　　$\sin\theta = o$

則 $X_G\sin\theta = o$ ································ (6—12)

當 $o < \theta < \frac{\pi}{2}$時　　則　　$o < \sin\theta < 1$

即 $X_G\sin\theta > o$ ································ (6—13)

當 $\theta = o$時，將（6—10）及（6—12）代入（6—9）得：

$h_1' = h'\cos\theta - X_G\sin\theta$

$= h' - o$

$= h'$

此即當$\theta = o$時

$h_1' = h'$ ··· (6—14)

當 $o < \theta < \frac{\pi}{2}$時，由（6—11）及（6—13）得：

$\because h' > h'\cos\theta$ ··· (6—11)

$X_G \sin\theta > o$ ························ (6—13)

(6—11) + (6—13) 得：

$h' + X_G \sin\theta > h' \cos\theta$

或 $h' > h' \cos\theta - X_G \sin\theta$ ························ (6—15)

比較 (6—9) 及 (6—15) 故知

$h' > h_1'$

即 $h_1' < h'$ ························ (6—16)

由 (6—7) 式

$X'_G = h \sin\lambda$

$= h \sin(\phi + \theta)$

$= h(\sin\phi \cos\theta + \cos\phi \sin\theta)$

$= X_G \cos\theta + h' \sin\theta$ (6—17)

當 $\theta = o$時， $\cos\theta = 1$, $\sin\theta = o$

則 $X_G \cos\theta = X_G$ (6—18)

$h' \sin\theta = o$ (6—19)

將 (6—18) 及 (6—19) 代入 (6—17) 式得：

$X'_G = X_G + o = X_G$

此即說明，當$\theta = o$時，

$X'_G = X_G$ (6—20)

當 $o < \theta < \frac{\pi}{2}$時

$\because \lambda > \phi$

則 $\sin\lambda > \sin\phi$ (6—21)

由 $X'_G = h \sin\lambda$ (6—7)

$X_G = h \sin\phi$ (6—2)

將 (6—21) 式兩邊各乘以h得：

$h \sin\lambda > h \sin\phi$

此即$X'g > Xg$ (6—20)

由 (6—16) 及 (6—22)

$\because h_1' < h'$

及$X'_G > X_G$

故知此時重心G之位置正沿X方向下墜中，亦即水稻正沿割切力Fo之方向倒伏。

(b) 設Fo沿X軸之反方向將切刀自o處切入稻稈：

設Fo爲收割機加於切刀上之力并沿X軸之反方向自o處切入稻稈，如第12圖所示，設切刀之頂角仍爲θ，當切刀揷入o處後，設水稻與Z軸間之傾角爲λ，則

$\lambda = \phi - \theta$ (7—1)

如第13圖所示

$\because \phi$，θ均係正值

$\therefore \lambda < \phi$ (7—2)

設G距X軸之高爲h_2'

距Z軸爲X''_G，又$\overline{OG} = h$

則 $h_2' = h\cos\lambda$

$= h\cos(\phi - \theta)$

$= h[\cos\phi\cos\theta + \sin\phi\sin\theta]$ (7—3)

$X_G'' = h\sin\lambda$

$= h\sin(\phi - \theta)$

$= h[\sin\phi\cos\theta - \cos\phi\sin\theta]$ (7—4)

設水稻之自然傾斜爲一定，亦即 $\phi =$ conastnt

（甲）當 $\theta = 0$ 時，

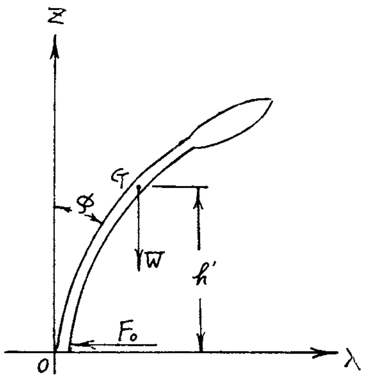
由（7—3）得：

$h_2' = h\cos\lambda$

$= h\cos(\phi - \theta)$

$= h\cos\phi$

$= h'$ (7—5)



第 1 2 圖

由第9圖知，h′爲水稻自然傾斜時G點離表土之高，即（7—5）式與（6—1）式之結果相同，

由（7—4）得：

$X_G'' = h\sin\lambda$

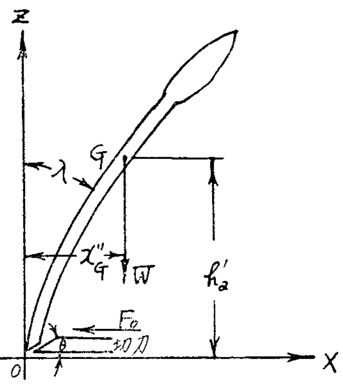
$= h\sin(\phi - \theta)$

$= h\sin\phi$

$= X_G$ (7—6)

（7—6）式之結果與（6—2）式相同，由第9圖知 X_G 爲水稻自然傾斜時G點與z軸間之距離，∴由（7—5）及（7—6）式知，

當 $\theta = 0$ 時， G之位置不變



第 1 3 圖

（乙）當 $0 < \theta < \phi$ 時，

由（7—3）得：

$h_2' = h\cos\lambda$

$= h\cos(\phi - \theta)$

$= h[\cos\phi\cos\theta + \sin\phi\sin\theta]$ (7—7)

$X_G'' = h\sin\lambda$

$= h\sin(\phi - \theta)$

$= h[\sin\phi\cos\theta - \cos\phi\sin\theta]$ (7—8)

∵ $\theta < \phi$，由（7—2）式且 $\lambda < \phi$

比較第9圖及第13圖，可參照前面（a）之方法證明

$h_2' > h'$ (7—9)

$X_G'' < X_G$ (7—10)

爲節省篇幅，證明省略，

由（7—9）及（7—10）式知G點提高并沿X軸之負方向移動，亦即沿割切力 Fo之方向

移動，但∵$\theta < \phi$，∴G點仍在Z軸之右側。

（丙）當 $\theta = \phi$ 時

由（7—3）得：

$$h_2' = h\cos\lambda$$

$$= h\cos(\phi - \theta)$$

$$= h \qquad (7\text{—}11)$$

由（7—4）得：

$$x''_G = h\sin\lambda$$

$$= h\sin(\phi - \theta)$$

$$= 0 \qquad (7\text{—}12)$$

由（7—11）及（7—12）知，當$\theta = \phi$時，G點與Z軸重合，即G點在Z軸上，又G點至X軸之高爲h，

（丁）當 $\theta > \phi$ 時

由（7—3）得：

$$h_2' = h\cos\lambda$$

$$= h\cos(\phi - \theta)$$

$$= h\cos[-(\theta - \phi)]$$

$$= h\cos(\theta - \phi) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7\text{—}13)$$

由（7—4）得

$$X''_G = h\sin\lambda$$

$$= h\sin(\theta - \phi)$$

$$= h\sin[-(\theta - \phi)]$$

$$= -h\sin(\theta - \phi) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7\text{—}14)$$

由（7—13）式知h_2'之値爲正，但（7—14）式中之X''_G其値爲負∴知此時之G點，其離X軸之高爲$h'_2 = h\cos(\theta - \phi)$，但G點已移至Z軸之左側，並與Z相距$X''_G = h\sin(\theta - \phi)$，由此可知，當$\theta > \phi$時，水稻將沿割切力Fo之方向倒伏於X軸之負方向。

討 論：

本節爲分析割切力Fo自X軸之負方向切入水稻之情形，爲求精確，復分爲甲、乙、丙、丁四小節予以分析之，實則，由於切刀確有一頂角θ存在，亦即θ≒O，故（甲）項之分析，實際上不可能發生。又因θ通常爲甚小之銳角，由觀察知，ϕ角亦爲 $0 < \phi < \frac{\pi}{2}$ 之銳角，如將ϕ與θ比較之，實際上$\phi \gg \theta$，故（丙），（丁）二項之情形亦甚少發生，而最常爲吾人察知者乃爲（乙）項之情形，亦即$0 < \theta < \phi$時最易發生。由（乙）項知，G點之位置雖已提高，但仍處在Z軸之右側，由此可得一結論，即當割切力Fo沿X軸負方向切入稻稈基部時，如稻稈不受其他外力之影響，則水稻將仍沿X軸之正方向倒伏。

（ii） 當割切力Fo之割切速度極大時，

本節本應討論當割切力Fo之割切速度極大時對於割稻之影響，由於此項分析極爲複雜，因限於時間，無法予以分析，特此致歉。

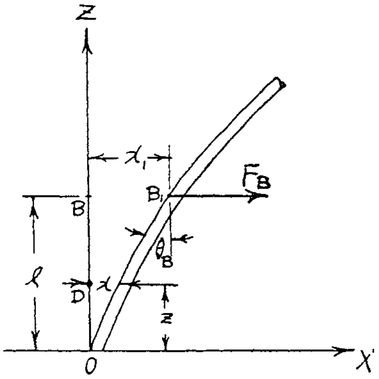
6. **切刀與表土間有一距離時之割稻：**

前面第3節業已提及割稻時，切刀與表土間常有一距離z之存在，關於z與割稻之影響，本

節將作較詳細之分析

(i) 水稻垂直地面，F_B沿X軸方向以極慢之速度將切刀自B處切入水稻：

設稻稈之基點 O爲與表土接觸之點，OX軸爲表土，OZ軸爲稻稈之原來位置，設F_B爲收割機加於切刀上之力，並沿X方向自 B 點以極緩慢之速度切入稻稈，如第14圖所示，當稻稈B處受F_B之力作用後，稻稈即產生偏斜 Deflection)，而B點之位置已移至B_1處，設 BB_1間之距離爲x_1，OB 間之距離爲 l ，設水稻之總重量爲W



第 1 4 圖

$\because W << F_B$

$\therefore$ W可略去不計，又設F_B作用於稻稈爲單純之彎曲 (Pure Bending) ，則由材料力學中，可得下式之關係

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad \cdots\cdots (8-1)$$

(8—1) 式中之

$\frac{1}{\rho}$ = 稻稈中立面之曲率 (Curvature of The Neutral Surface of The Culm)

M = 彎曲力矩 (Bending Moment)

I = 慣性力矩 (Moment of Inertia)

E = 彈性模數 (Modulus of Elasticity)

又設由F_B所引起之偏斜 (Deflection) 係在稻稈之彈性範圍 (Elastic Range) 以內，且此種彈性線 (Elastic Line) 之曲率 (Curvature) 通常近似直線，亦即曲率半徑 (Radius of Curvature) 甚大時，

則 $$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{\rho} \quad \cdots\cdots (8-2)$$

將有下式之關係

即 $$\frac{d^2x}{dz^2} = \frac{1}{\rho} \quad \cdots\cdots (8-3)$$

亦即 $$\frac{d^2x}{dz^2} = -\frac{M}{EI} \quad \cdots\cdots (8-4)$$

又 (8—2) 式中

ds = 彈性線上之一小段 (Element of The Elastic Line)

dθ = 任何ds兩端垂直線間之夾角 (The Angle between two normals at the ends of any element ds of the elastic line)

根據 (8—4) 式即可求出稻稈之偏斜方程式 (The Equation of the Deflection Curve Referred to Coordinate Axes Z and X)

設 $\overline{OB} = l$

由O至Z軸上任一點D之距離爲z，又D點之偏斜 (Deflection) 爲x

則 $$M_o = -F_B (l-z) \quad \cdots\cdots (8-5)$$

由 (8—4) 式

$$EI\frac{d^2x}{dz^2}=-M \quad \cdots\cdots (8-6)$$

將 (8—5) 代入 (8—6) 得

$$EI\frac{d^2x}{dz^2}=FB(l-z) \quad \cdots\cdots (8-7)$$

將 (8—7) 式兩端各乘以dz並積分之

得 $$EI\frac{dx}{dz}=\int FB(l-z)\,dz$$

$$=FBlz-\frac{1}{2}FBz^2+C_1 \quad \cdots\cdots (8-8)$$

(8—8) 式中C_1為常數 (Constant)

當$z=0$時 $\frac{dx}{dz}=0$ $\therefore C_1=0$

代入 (8—8) 式得

$$EI\frac{dx}{dz}=FBlz-\frac{FB}{2}z^2 \quad \cdots\cdots (8-9)$$

(8—9) 式兩端再同乘以dz並積分之，

則 $$\int EIdx=FBl\int zdz-\frac{FB}{2}\int z^2dz$$

$$EIx=\frac{1}{2}FBlz^2-\frac{1}{6}FBz^3+C_2 \quad \cdots\cdots (8-10)$$

當 $x=0$時，$z=0$，$\therefore C_2=0$

代入 (8—10) 式得

$$EIx=\frac{1}{2}FBlz^2-FBz^3$$

$$\therefore x=\frac{FB\ z^2}{2EI}\left(l-\frac{z}{3}\right) \quad \cdots\cdots (8-11)$$

(8—11) 式即為切刀以FB之力沿X軸方向以極緩慢之速度將切刀自離地面l高之B處切入水稻時所形成之偏斜方程式 (The Equation of The Deflection Curve referred to Coordinate Axes X and Z)

又其在B處所生之偏斜，亦即$\overline{BB_1}$間之距離x_1可由 (8—11) 式中求得：

此即當$z=l$時 $x=x_1$代入 (8—11) 得

$$x_1=\frac{FBl^2}{2EI}\left(l-\frac{l}{3}\right)$$

$$=\frac{FB\ l^3}{3EI} \quad \cdots\cdots (8-12)$$

又B_1點之斜率 (slope) θB可由 (8—9) 式求得之，此即當$z=l$時，代入 (8—9) 式得

$$EI\frac{dx}{dz}=FBl^2-\frac{1}{2}FBl^2$$

$$=\frac{1}{2}FBl^2$$

$$\therefore \frac{dx}{dz}=\frac{FB\ l^2}{2EI}$$

$$=\theta B \quad \cdots\cdots (8-13)$$

以上均系假設稻稈為彈性體而求出之結果，事實上稻稈之E<<，由 (8—12) 式知

∵ E<<

∴ $x_1 = \frac{F_B l^3}{3EI}$ >>

∵ x_1之值甚大，此一事實，亦即說明B至B_1之距離甚大，在此情形下，如欲使x_1之值減小，由（—12）式中，∵F_B有一最小極限值，此一極限值即爲將稻稈切斷所需之最小力，故知其值爲一定，又水稻之E與I均有一定值，可視爲常數，於是由（8—12）式得：

$x_1 \sim l^3$……………………………………………………（8—14）

由（8—14）知，$\overline{BB_1}$與$\overline{OB}$之三次方成正比，在此情形下，如欲使x之值減小，則必須使l之值減小，即爲將$\overline{OB}$間之距離越縮短越好，換言之，切刀與表土間之距離越小越好，

討　論：

前面已經述及，B點之偏斜x_1與由B點至表土間之距離l之三次方成正比，如欲使x_1之值減小惟一之方法爲將l之值減小已如前述，在有l之情形下，水稻之必將沿割切力 F_B之方向倒伏已無疑義，又（8—11）式可改寫成如下式之形式

$z^2(q-z) = \beta x$……………………………………………（8—15）

（8—15）式中之q及β爲常數

由（8—15）知其爲一曲線，換言之，稻稈O至B_1間爲曲線而非直線，且O點之 $\frac{dx}{dz}$ $=0$． B_1點之$\frac{dx}{dz}$爲 $\frac{dx}{dz} = \theta_B = \frac{F_B l^2}{2EI}$

由此可知，第4節第7圖及第8圖等假設稻稈與Z軸間有ϕ角之存在爲不確，蓋水稻之自然傾斜雖係由風力Fw及重力W之影響，但Fw使水稻所生之自然傾斜仍受（8—5）式至（8—14）之限制，亦即如將Fw取代以上各式中之 F_B 後應生同樣之結果，不過爲分析方便計，仍假設$\overline{OG}$爲直線，且$\overline{OG}$與$\overline{OZ}$間有ϕ角之存在，在此特作上項說明，以免誤會。

(ii)　水稻自然傾斜，F_B沿X軸方向以極慢之速度將切刀自B處切入水稻：

參看第11圖及第14圖，由第14圖中，假設 OB_1間爲直線，且Z軸與 $\overline{OB_1}$間有一夾角ψ，亦即$\angle BOB_1 = \psi$由第11圖知稻稈與Z軸間有夾角λ， 且$\lambda = \phi + \theta$，因此稻稈與Z軸間之總夾角應爲 $\psi + \phi + \theta$，在此種情形下，根據前面二小節之證明，水稻必將沿割切力F_B之方向倒伏已無疑義。

(iii)　水稻自然傾斜，F_B沿X軸之負方向以極慢之速度將切刀自B處切入水稻:

參看第13圖，由（7—1）式知$\lambda = \phi - \theta$

又由第14圖，設$\angle BOB_1 = \psi$，因F_B係沿X之負方向，故ψ角應在Z軸之左側。

(a)　當水稻之自然傾斜甚小時，亦即ϕ角甚小時，由（8—12）式知，ψ之值通常均甚大，亦即$\psi >> \phi$時，

由前面之證明，水稻將沿割切力F_B之方向倒伏，亦即沿X軸之負方向倒伏。

(b)　當水稻之自然傾斜甚大時，亦即ϕ角甚大時，

∵ ψ>>

及 ϕ>>

此時有二種可能：

（甲）　當$\phi = \psi$時，

水稻將直立於Z軸，不倒伏。

（乙） 當ϕ>ψ時，

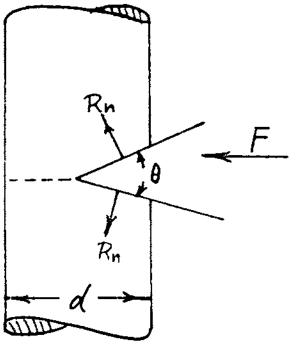
水稻將沿割切力FB之反方向倒覆，亦即沿X軸之正方向倒伏。

（iv） 水稻垂直地面，FB沿X軸方向以極大之速度將切刀自B處切入水稻：

本問題之分析極為複雜，因限於時間，未便予以分析，特此致歉。

7. 切刀割入稻稈分析之一：

第15圖為切刀割入稻稈後切刀之擴大斷面圖，切刀之頂角為θ，稻稈之直徑為d，並假設稻稈為實心圓柱體，當切刀割入稻稈後，則在切刀二側將產生正壓力 (Normal Force) Rn，設稻稈此時所受之外力僅有Rn，則稻稈ab切面之兩側將各受一大小相等方向相反之張力，其大小應為 Rn沿稻稈方向之分力，如第16圖所示。



第 15 圖

設稻稈之張力強度 (Tensile stength) 為 S，ab間之截面積為A，應力集中常數(Stress Concentration Constant) 為σ，又μ_1，為 Rn與切刀be間之磨擦係數，並把稻稈 ab 截面以上之一段為自由體 (Free Body)。設水稻之總重量為W，∵S>>W 故W可略去不計。

由第16圖可得以下之方程式，

$$Rn\text{Sin}\frac{\theta}{2}+\mu_1 Rn\cos\frac{\theta}{2}=\frac{F}{2}\cdots\cdots\cdots\ (9\text{—}1)$$

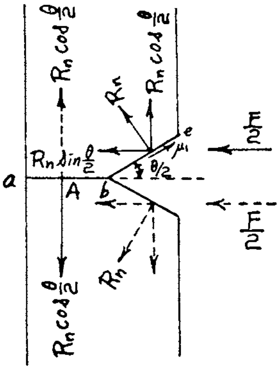
$$Rn\cos\frac{\theta}{2}-\mu_1 Rn\ \text{Sin}\ \frac{\theta}{2}=\frac{SA}{\sigma}\cdots\cdots\cdots\cdots\ (9\text{—}2)$$

(9—1) ÷ (9—2) 得

$$\frac{\text{Sin}\frac{\theta}{2}+\mu_1\cos\frac{\theta}{2}}{\text{Cos}\frac{\theta}{2}-\mu_1\text{Sin}\frac{\theta}{2}}=\frac{F\ \sigma}{2\ SA}\cdots\cdots\cdots\cdots\ (9\text{—}3)$$

(9—3) 之左端上下各以$\cos\frac{\theta}{2}$除之得

$$\frac{\tan\frac{\theta}{2}+\mu_1}{1-\mu_1\tan\frac{\theta}{2}}=\frac{F\ \sigma}{2SA}$$



第 16 圖

$$\text{或 } F=\frac{2SA\ (\mu+\tan\frac{\theta}{2})}{\sigma\ (1-\mu_1\tan\frac{\theta}{2})}\cdots\cdots\cdots\cdots\ (9\text{—}4)$$

(將9—4) 就θ微分之：

則 $\frac{dF}{d\theta}=\frac{2SA}{\sigma}\times\frac{\frac{1}{2}\left(1-\mu_1\tan\frac{\theta}{2}\right)\sec^2\frac{\theta}{2}+\frac{1}{2}\mu_1\left(\mu_1+\tan\frac{\theta}{2}\right)\sec^2\frac{\theta}{2}}{\left(1-\mu_1\tan\frac{\theta}{2}\right)^2}$

$$=\frac{SA}{\sigma}\times\frac{\sec^2\frac{\theta}{2}\left(1-\mu_1\tan\frac{\theta}{2}+\mu_1^2+\mu_1\tan\frac{\theta}{2}\right)}{\left(1-\mu_1\tan\frac{\theta}{2}\right)^2})$$

$$=\frac{SA\,(1+\mu^2)\quad\sec^2\frac{\theta}{2}}{\sigma\left(1-\mu_1\tan\frac{\theta}{2}\right)^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (9\text{—}5)$$

欲求得割切力F之極大或極小值

則　必　$\frac{dF}{d\theta}=0$

及　$\frac{d^2F}{d\theta^2}>0$　　或　$\frac{d^2F}{d\theta^2}<0$

代入 (9—5) 式得

$$\frac{dF}{d\theta}=\frac{SA\,(1+\mu_1^2)\sec^2\frac{\theta}{2}}{\sigma\left(1-\mu_1\tan\frac{\theta}{2}\right)^2}$$

$$=0\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (9\text{—}6)$$

由 (9—6) 式中，

$\because\sigma\left(1-\mu_1\tan\frac{\theta}{2}\right)^2\neq0$

又　$SA\,(1+\mu^2_1)\neq0$

$\therefore$　$\sec^2\frac{\theta}{2}=0$

即　$\sec\frac{\theta}{2}=0$

由三角學中知　$\sec\frac{\theta}{2}\neq0$

∴知由 (9—4) 式中無法求得F之極大或極小值。

設$\theta=0$.　則 $\frac{\theta}{2}=0$.　　代入 (9—4) 式中，

得:　$F_{(o)}=\frac{2SA\mu_1}{\sigma}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$　(9—7)

設　$\theta=\frac{\pi}{2}$，　　則$\frac{\theta}{2}=\frac{\pi}{4}$代入 (9—4) 式中，

得:　$F_{\left(\frac{\pi}{2}\right)}=\frac{2SA\,(\mu_1+1)}{\sigma\,(1-\mu_1)}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ (9—8)

(9—8) — (9—7) 得：

$$F_{(\frac{\pi}{2})} - F_{(o)} = \frac{2SA(\mu_1+1)}{\sigma(1-\mu_1)} - \frac{2SA\mu_1}{\sigma}$$

$$= \frac{2SA(\mu_1+1) - 2SA\mu_1(1-\mu_1)}{\sigma(1-\mu_1)}$$

$$= \frac{2SA(\mu_1+1-\mu_1+\mu_1^2)}{\sigma(1-\mu_1)}$$

$$= \frac{2SA(1+\mu_1^2)}{\sigma(1-\mu_1)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (9\text{—}9)$$

$\because 0<\mu_1<1$　　$\therefore 1-\mu_1>0$

$$\therefore F_{(\frac{\pi}{2})} - F_{(o)} = \frac{2SA(1+\mu_1^2)}{\sigma(1-\mu_1)} > 0$$

即 $F_{(\frac{\pi}{2})} - F_{(o)} > 0$

$\therefore$　得 $F_{(\frac{\pi}{2})} > F_{(o)}$ ………………………… (9—10)

討　論：由假設

$F_{(o)}$ 爲當θ＝0時所需要切斷稻稈之力，$F_{(\frac{\pi}{2})}$ 爲當 $\theta=\frac{\pi}{2}$時所需要切斷稻稈之力。

∵θ角爲銳角，其值之範圍僅能由0至$\frac{\pi}{2}$，由 (9—10) 式知，

當　θ＝0時，所需切斷稻稈之力$F_{(o)}$ 小。

當 $\theta=\frac{\pi}{2}$時，所需切斷稻稈之力 $F_{(\frac{\pi}{2})}$ 大。

∴知$F_{(\frac{\pi}{2})}$ 爲F之極大值。

$F_{(o)}$ 爲F之極小值。

換言之，當切刀之頂角小時，所需之割切力小，頂角大時，割切力大。

8.切刀割入稻稈分析之二：

本節將就切刀之平面與稻稈之斷面於切割時加以分析之。如第17圖，$\overline{AO}$爲切刀，其與X軸之夾角爲α，$\overline{BO}$亦爲切刀，其與X軸之夾角亦爲α，又C爲稻稈之斷面，割切力F係沿Y軸之方向作用於稻稈 C。因 $\overline{AO}$ 與 $\overline{BO}$ 切刀之情形完全相同，今特取切刀 $\overline{BO}$ 予以分析之。

由第16圖知稻稈在F力方向所生之總阻力爲$2Rn\sin\frac{\theta}{2}$

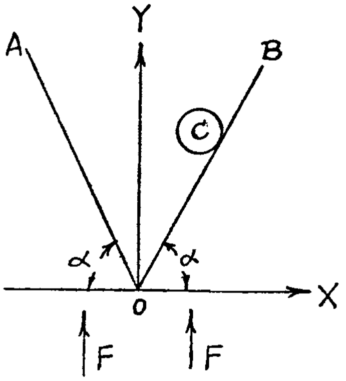
亦即　$F = 2RnSin\frac{\theta}{2}$ ………………………………… (10—1)，

如詳加研究，則知 (10—1) 式爲不確，蓋$RnSin\frac{\theta}{2}$與F力僅在同一平面上，並非在同一直線上。如用圖表示之，則應如第18圖所示。設稻稈與切刀間之摩擦係數仍爲μ_1∵$F>>W$，W爲水稻之總重量，故W可略去不計，則可得下式之關係：

$$F = Rn\sin\frac{\theta}{2}\cos\alpha + \mu_1 Rn\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha$$

$$= Rn\sin\frac{\theta}{2}[\cos\alpha + \mu_1\sin\alpha] \quad \cdots\cdots\cdots (10\text{—}2)$$

就α角微分之



第 17 圖

$$\frac{dF}{d\alpha}=Rn\sin\frac{\theta}{2}\left[-\sin\alpha+\mu_1\cos\alpha\right]$$

$$=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10\text{—}3)$$

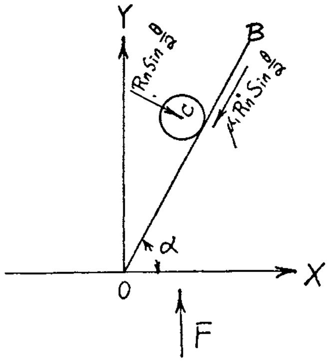
$\because$ $Rn\sin\frac{\theta}{2}\neq 0.$

$\therefore$ $-\sin\alpha+\mu_1\cos\alpha=0$

或 $\mu_1\cos\alpha=\sin\alpha$

$\therefore$ $\tan\alpha=\mu_1$

或 $\alpha=\tan^{-1}\mu_1 \cdots\cdots\cdots\cdots (10\text{—}4)$



第18圖

將（10—3）式微分之：

$$\frac{d^2F}{d\alpha^2}=-\cos\alpha-\mu_1\sin\alpha$$

$$=-(\cos\alpha+\mu_1\sin\alpha) \cdots\cdots\cdots\cdots (10\text{—}5)$$

由第18圖知，α角之最小值應爲 0，最大值爲$\frac{\pi}{2}$，

亦即 $0\leqq\alpha\leqq\frac{\pi}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots (10\text{—}6)$

在（10—6）式之範圍內，

$1\geqq\cos\alpha\geqq 0\cdots\cdots\cdots\cdots (10\text{—}7)$

$0\leqq\sin\alpha\leqq 1\cdots\cdots\cdots\cdots (10\text{—}8)$

由（10—7）及（10—8）知$\cos\alpha$及$\sin\alpha$爲等於零或大於零之正數，

則$\cos\alpha+\mu_1\sin\alpha$亦爲等於零或大於零之正數（$\because 0<\mu_1<1$）

$\therefore$ $\frac{d^2F}{d\alpha^2}=-(\cos\alpha+\mu_1\sin\alpha)<0\cdots\cdots\cdots\cdots (10\text{—}9)$

$\therefore$知$\alpha=\tan^{-1}\mu_1$ 爲一極大值。

第（10—2）式中，$\because 0<\mu_1<1$

如將$\mu_1 Rn\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha$項省略，則（10—2）式變成

$$F=Rn\sin\frac{\theta}{2}\cos\alpha\cdots\cdots\cdots\cdots (10\text{—}10)$$

就α微分之：

$$\frac{dF}{d\alpha}=-Rn\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha$$

$$=0\cdots\cdots\cdots\cdots (10\text{—}11)$$

$\because Rn\sin\frac{\theta}{2}\neq 0$

$\therefore \sin\alpha=0$

或 $\alpha=0\cdots\cdots\cdots\cdots (10\text{—}12)$

將（10—11）微分之：

$$\frac{d^2F}{d\alpha^2}=-Rn\sin\frac{\theta}{2}\cos\alpha<0\cdots\cdots\cdots\cdots (10\text{—}13)$$

$\therefore$知當$\alpha=0$時，可得F之極大值，即

$F = R\sin\frac{\theta}{2}$ ………………………………………………………………………… (10—14)

由 (10—6) 式，$\because 0 \leqq \alpha \leqq \frac{\pi}{2}$

在此範圍內，參看 (10—10) 式，如欲得F之極小値，可使$\alpha=\frac{\pi}{2}$，則 (10—10) 式爲：

$F = Rn\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\pi}{2}$

$= 0$ ………………………………………………………………………… (10—15)

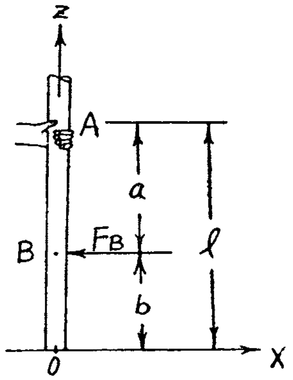
由此可知欲得F之極大値，可使$\alpha=0$即得，如欲得F之極小値，可使$\alpha=\frac{\pi}{2}$即得。

討　論：

本節所分析之切刀爲直線形刀口，由 (10—15) 式中獲知，當α角越大時，所需割切力F越省，此與實際應用者極相似。

9. **人工割稻用力之分析**

人工割稻通常均用鎌刀，即左手緊握稻稈A處，右手用鎌刀將稻稈自B處割斷，如第19圖所示，

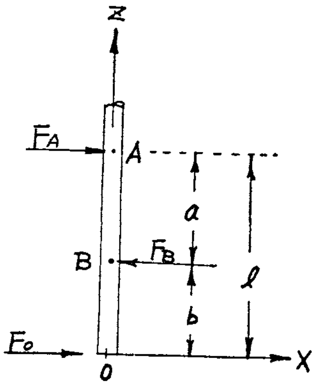


第 19 圖

(i) 剛體稻用力之分析：

設水稻仍爲剛體（參攷第20圖），

O爲稻稈基部，割稻者左手握住稻稈 A處，右手將鎌刀自稻稈B處切入，設 $\overline{AO}$ 之高爲l，$\overline{BO}=b$，$\overline{AB}=l-b=a$，設左手加於水稻A 處之力爲純支持力F_A，右手加於B處之水平割切力爲F_B，且係以極慢之速度切入B點者，又0點因受F_B之影響，亦生沿X方向之抗力F_O，設水稻之總重量爲W，$\therefore F_B \gg W$，故W可略去不計。



第2 0 圖

由$\Sigma F_x = 0$

則$F_A + F_O = F_B$ ……………… (11—1)

又MMat (o) $=0$

則$F_A l - F_B b = 0$ ……………… (11—2)

$\therefore F_A = \frac{b}{l} F_B$ ……………… (11—3)

由假設，F_B爲右手所加於稻稈之割切力，F_A爲左手握稻之力，則割稻者如欲將水稻割斷，其應付出之總合力設爲F。

則$F = F_A + F_B$ ………………………………………… (11—4)

如欲將水稻割斷，其必須有一最小之割切力F_B，當F_B小於此值，則無法割斷，因此可假定F_B爲一常數，即$F_B =$ Constant。今欲獲知割稻者所需付出之最小割稻合力F，因F_B爲一定，故僅可就F_A力分析得之。

由 (11—3) 式

$\because F_A = \frac{b}{l} F_B$

式中F_B及l之值均爲一定，僅b爲可變數，即當 b之值變小時，F_A之值亦小，

當b＝0時，FA＝0，爲其極小值。

討　論：

當水稻爲剛體，在人工割稻時，割切點B離表土之距離越短越省力，當 B點與0點重合時，亦即b＝0時爲最省力。

由（11—4）式

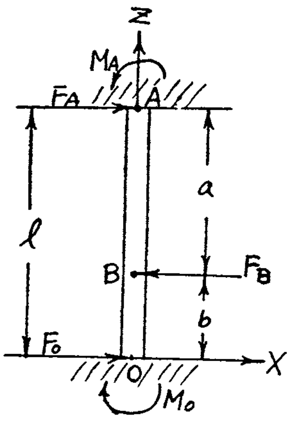
$\because F = F_A + F_B$

$= 0 + F_B$

$= F_B$ ………………………………（11—5）

（ii）　非剛體稻用力之分析：

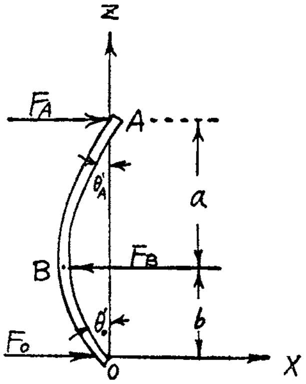
水稻本非剛體，已如前述，以此之故，人工割稻時，其力之作用，絕不致如（i）之單純，實乃爲一極複雜之問題，因此，對於非剛體之水稻，今僅作粗略之探討如下：



第 21 圖

如第21圖，A點爲左手緊握水稻之處，B點爲右手割切之處，0點爲稻稈基部與表土相接之處，且 $\overline{AO} = l$，$\overline{BO} = b$，$\overline{AB} = l - b = a$，設割切力爲FB，亦係以極緩慢之割切速度加於B點者，左手之握力仍視爲單純之支持力FA，又Fo爲0點對FB所生之抗力，設水稻之總重量仍爲W，$\because F \gg W$，∴W不計，則按照一般材料力學上之觀念，第21圖可視爲靜態未決樑（Statically Indeterminate Beam）處理之。

稻稈$\overline{AO}$因受割切力F_B之作用後必在A、O二點同時產生偏斜（Deflection），同時在A、O二點由於稻稈本身之應力（Stress）亦將各產生與偏斜方向相反之端點力矩（Enp Moments）MA及Mo以阻止其偏斜，按照材力之處理程序，先將第21圖簡化爲僅受割切力FB作用之初級力系（Primary System），如第22圖所示。在第22圖中，稻稈$\overline{AO}$因僅受力FB之作用故必產生偏斜，而在A、O兩端點產生切線角（The Angles of Rotation of The End Tangents）



第 22 圖

θ'_A 及 θ'_o，由材力中可查出該二切線角爲：

$$\theta'_A = \frac{F_B\, b\,(l^2 - b^2)}{6lEI} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12\text{—}1)$$

$$\theta'_o = \frac{F_B\, ab\,(2l - b)}{6lEI} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12\text{—}2)$$

上式中

E＝稻稈之彈性模數（Modulus of Elasticity of Culms）

I＝稻稈之慣性力矩（Moment of Inertia of Culms）

其次再將第21圖簡化爲僅受端點力矩MA及 Mo作用之初級力系，如第23圖所示，稻稈$\overline{AO}$因受端點力矩MA及Mo之作用而在A及O點與22圖之相反方向產生另二組回旋力矩角θ''_A及θ''_o由材力中可查出，

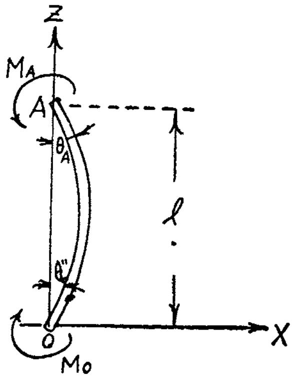
$$\theta''_A = \frac{M_A l}{3EI} + \frac{M_o l}{6EI} \cdots\cdots (12\text{—}3)$$

$$\theta''_o = \frac{M_o l}{3EI} + \frac{M_A l}{6EI} \cdots\cdots (12\text{—}4)$$

由假設，A及0點在受力FB及端點力矩MA及Mo作用後並未偏斜，以此，

則 $\theta'_A - \theta''_A = 0 \cdots\cdots (12\text{—}5)$

$\theta'_o - \theta''_o = 0 \cdots\cdots (12\text{—}6)$



第 23 圖

將 (12—3) 及 (i2—4) 代入 (12—5) 及 (12—6) 得

$$\frac{F_B b\,(l^2-b^2)}{6lEI} - \frac{M_A l}{3EI} - \frac{M_o l}{6EI} = 0 \cdots\cdots (12\text{—}7)$$

$$\frac{F_B ab\,(2l-b)}{6lEI} - \frac{M_o l}{3EI} - \frac{M_A l}{6EI} = 0 \cdots\cdots (12\text{—}8)$$

解 (12—7) 及 (12—8) 得

$$M_A = \frac{F_B ab^2}{l^2} \cdots\cdots (12\text{—}9)$$

$$M_o = \frac{F_B a^2 b}{l^2} \cdots\cdots (12\text{—}10)$$

由第21圖，令$\Sigma M_{at}(o) = 0$，

則$F_A l - F_B b + M_o = 0 \cdots\cdots (12\text{—}11)$

將 (12—10) 代入 (12—11) 式得

$$F_A l - F_B b + \frac{F_B a^2 b}{l^2} = 0$$

$$\text{則}F_A = \frac{F_B b\,(l^2-a^2)}{l^3}$$

$$= \frac{F_B b\,[l^2-(l-b)^2]}{l^3}$$

$$= \frac{F_B b^2\,(2l-b)}{l^3}$$

$$= \frac{b^2\,(2l-b)}{l^3} F_B \cdots\cdots (12\text{—}12)$$

由 (12—12) 式中知，當b之值小時，FA之值亦小，當b＝0時，FA＝0爲極小值。

討　論：

當水稻爲非剛體時，在人工割稻時，FA 與FB間之關係雖較 (i) 爲複雜，但趨勢相同，即割切點B離表土之距離短時省力，當b＝0時最省力。

一般討論：

本節上項求得之結果，僅可提供參考之用，由於該項結果並未考慮人體之生理狀態，事實上如果工作者過份俯身彎腰之結果，其體力之消耗，恐將遠超過其由FA 項所收回之力氣，再

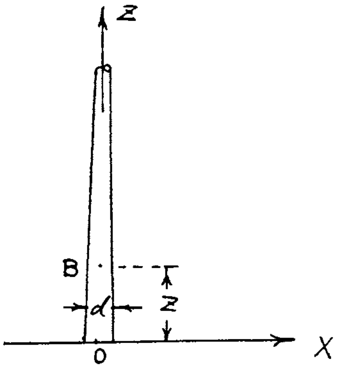
者本節爲假定稻稈爲均勻之圓柱體，事實上稻稈之最下部直徑最粗，上端最細，已爲週知之事實，今設稻稈之直徑爲d，稻稈上任一點B至表土0之距離爲Z，如第24圖所示。則d與Z間可能有如下之關係：

即$d = \frac{a}{z}$ ……………………… (12—13)

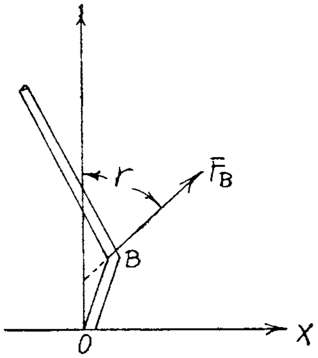
式中a爲常數，

此即$d \sim \frac{1}{z}$ ………………………… (12—14)

由（12—14）可知，即使B點離表土最近時工作者未必一定省力，反之，農民慣用割稻方式，可能爲在獲取最多有用稻稈之情況下最省力之方法亦未可知。又農民割稻時，其右手FB用力之方向通常係與Z軸呈r角，如第25圖所示，此亦可視爲攷慮人體生理狀態下，最省力之割稻法。



第 2 4 圖



第 2 5 圖

10. 多本稻割切之分析

截至目前爲止，本文所研究分析者均僅限於單本稻，即一本之研究，事實上割稻時每次所割切者絕非僅限於一本，蓋一株水稻，其本數（農藝家謂之分蘗數）因受品種及自然環境之影響極大，故極不一致，通常共分三級，即以每株本數在17本以上者謂之多分蘗，11本至16本爲中分蘗，10本以下者爲少分蘗。一般手提割稻機，通常均能每次割切水稻五至七株，由此可知其割切水稻本數之多，實遠超過一本稻，而對於多本稻之研究，分析，其困難自可想像。

由於多本稻分析之困難和費時，故本節僅就一般顯而易見之事實闡述之。

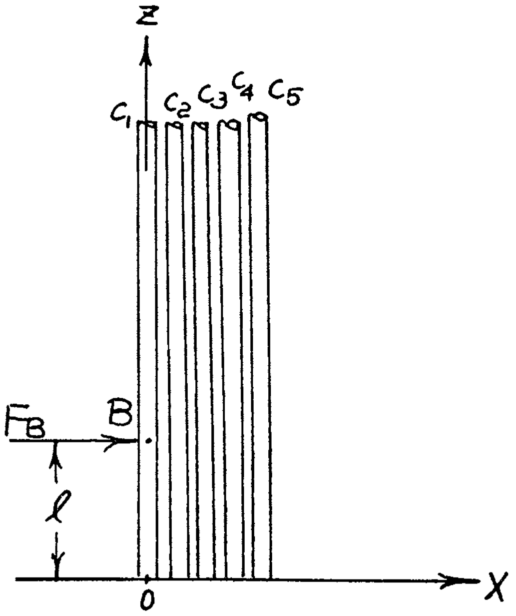
（i）多本稻與割切力FB之關係，

關於單本稻與割切力FB之關係，前文曾有頗爲詳細之分析，今玆就多本稻與割切力F_B間之關係，略述如下：

參看第14圖，單本稻受力FB 後（其中FB 作用力之方向與表土平行，FB 與表土間之距離爲 l），稻稈上之B點即位移至B_1點，且$\overline{BB_1} = x_1$，此x_1即爲稻稈之偏斜（Deflection）已如前述，今設多本稻亦係與Z 軸平行者，且呈單行排列，如第26圖所示，又 割切力 FB 作用於最左邊第一本稻稈之B點，B點與表土OX間之距離爲l，即 $\overline{OB} = l$，又第一本稻稈玆定名爲C_1，第二本定名爲C_2，餘類推。當 C_1在B點處受割切力FB 作用後，根據本文第6節之分析，C_1在B處必沿作用力FB 之方向，亦即0X之方向產生一偏斜x_1，且$x_1 = \frac{FBl^3}{3EI}$，上項結果，由第6節知，乃係假設僅有 C_1 存在時，而無C_2，C_3，C_4，C_5……Cn存在時爲眞。今

由第26圖察知，除C_1存在外，C_2， C_3 ……… Cn均存在。在此情形下，當C_1在B點受力FB後，根據第 6節之分析，B處將產生一偏斜x_1，而C_1之偏斜，將直接影響C_2。當C_2受C_1偏斜之影響後，C_2除亦沿作用力FB 之方向產生一偏斜外，同時亦將給C_1一反作用力，如此C_1之偏斜將變成x_1'而非x_1，又$x_1'<x_1$。

設C_2受C_1偏斜x_1之影響而沿作用力 FB 之方向產生一偏斜x_2，此一偏斜x_2將迫使C_3產生一沿FB方向之偏斜x_3，又C_3亦將給予 C_2 一反作用力而使x_2變成x_2'，又$x'_2<x_2$



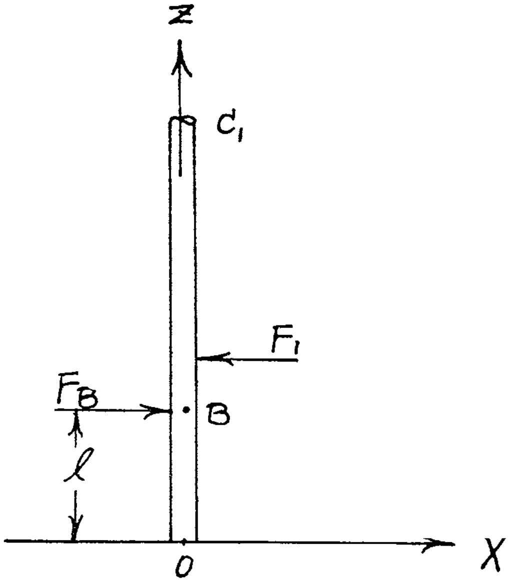
第 2 6 圖

同理C_4，C_5…………Cn因受C_3，C_4………C_{n-1}之影響而產生偏斜x_4，x_5，……x_n，而C_4 C_5………C_{n-1}因受C_5、C_6………Cn所生反作用力之影響而使x_4，x_5…………x_{n-1}受壓縮而變成x'_4，x'_5…………x'_{n-1}，至於x_n因其右側已無Cn＋1，故其值不變。

上述偏斜，係假設C_1之B點受割切力FB之 作用後，稻稈C_1尚未被切斷時之情形。當 C_1被切斷後則各稻桿之偏斜值將會改變，自無疑義，茲就第26圖詳加研究之。

稻稈C_1在B點受割切力F_B之作用後，由於稻稈C_1之背後尚有稻稈C_2，C_3，C_4，C_5……………Cn之存在，C_2，C_3，C_4，C_5…………Cn將產生反作用力以阻止C_1之偏斜，已如上述，此種情形，宛如在稻稈C_1之右側有一反作用力F_1，沿x軸之反方向作用於C_1，如第27圖所示，此種情形，與第21圖之情形，微相近似，此即說明，在第26圖左邊之水稻，在受割切力 FB之作用後，其各力之作用情形，與人工割稻之作用情形，微相近似。

當稻桿C_1被割切力FB割斷後， C_2直接受 FB 之作用， 而在沿FB之方向產生偏斜，由於C_2之背後尚有稻桿C_3，C_4，C_5……………Cn，故亦將產生一連串之偏斜，而C_2亦將如第28圖所示，在其右側受一反作用力F_2之作用，由於C_2後面稻桿之本數少於 C_1 後面之本數，故反作用力F_2必小於F_1，亦即



第 2 7 圖

$F_2 < F_1$

換言之，C_2之偏斜將大於C_1之偏斜，設 C_2之偏斜爲x''_2 ，

因C_1之偏斜爲x'_1，

則 $x''_2 > x$

同理，在C_3，C_4，C_5，……$Cn-1$，Cn 之右側均將産生一反作用力F_3， F_4， F_5………F_{n-1}， Fn，

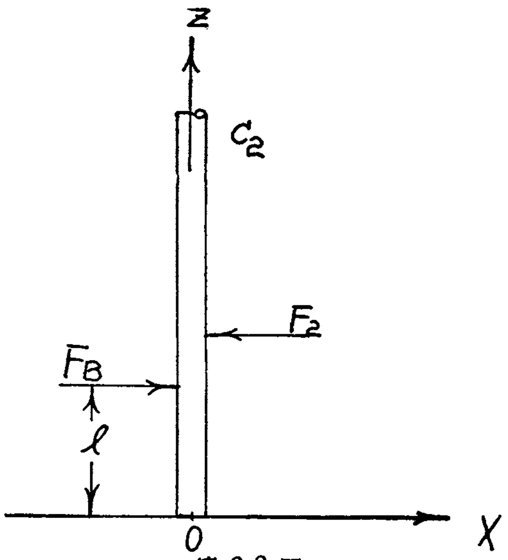
且 $F_3 < F_2$

$F_4 < F_3$

$F_5 < F_4$

……………………

$Fn < F_{n-1}$



第 2 8 圖

又設Cn之右側已無水稻，則，

$Fn = 0.$

設 C_3, C_4, C_5,…………$Cn-1$, Cn受割切力FB及反作用力F_3,F_4,F_5……F_{n-1},F_n作用後所生之偏斜爲x''_3 x''_4 x''_5…………x''_{n-1} , x''_n

則
$$x''_3 > x''_2$$
$$x''_4 > x''_3$$
$$x''_5 > x''_4$$
………………
$$x''_n > x''_{n-1}$$

$$\because \quad Fn = 0$$
$$\therefore \quad x''_n = x'_n$$
$$= xn$$

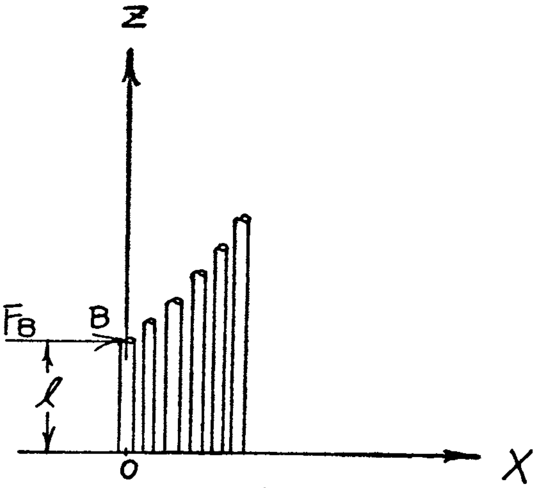
上項結果，說明另一事實，即在第26圖左邊之稻稈，其割切時之受力情形與人工割稻微相類似，此種類似情形且將沿 x 軸之方向而漸減，至最後與人工割稻全不相同，而係與第14圖完全相同之情况。以此之故，當稻稈全部被割斷後，其遺留於表土上未斷部份將如29圖所示。即沿 x 軸之方向，未斷稻稈部份有逐漸增長之趨勢。

(ii) 多本稻與切刀曲線之關係。

切刀口之形狀，本文第8節曾以相交直線立論並予以分析。

事實上一般手提割稻機之刀口多係二組對稱之曲線，關於此點，本擬專闢一節予以分析之，但因此項曲線頗爲複雜，如不假以相當時日，很難獲得較佳之結果，因限於時間未能多加論述，深以爲歉。今僅就其一般之關係，試申述之。

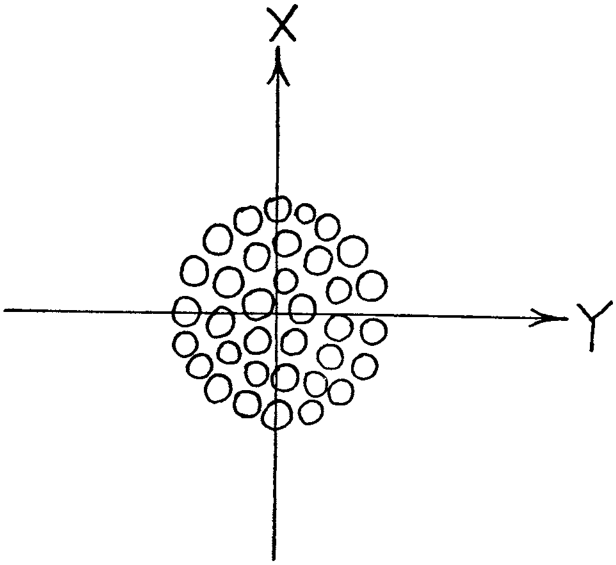
本節（i）中，爲方便計，曾將多本稻按C_1，C_2，C_3，C_4，……C n之次序排列成一排，事實上絕非如此，且其形狀極不規則，爲便於說明，玆假設每株稻稈之分佈近似一圓，如第30圖所示。



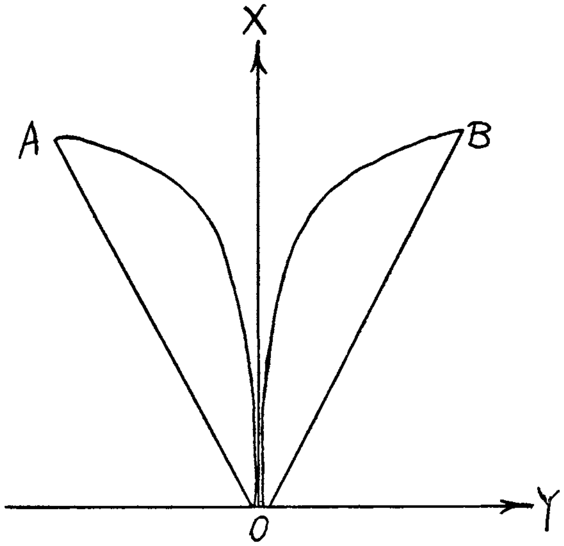
第 29 圖

圖中所示各小圓代表每一稻稈之橫截面，且稻稈係向紙面外直立，即沿 z軸（圖中未表示出來）之方向生長者。

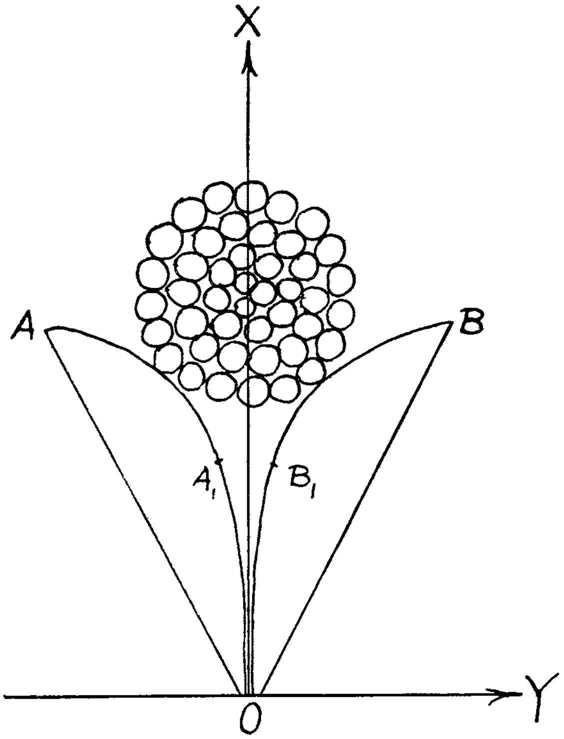
割稻機切刀之刀口，通常均與第31圖所示者極相類似，即在沿X方向，當$\overline{ox}$之距離大時，刀口曲線之曲率越大，反之則小。又刀口之最外端其曲率特大，最內端曲率特小，且變化亦極小。此時或者有人想問，割稻之切刀爲何採用此一奇特之設計？是否有此需要？關於此點疑問，由於其並非本小節討論之重心，無法用數學及物理上之關念闡述之，今特就多本稻與切刀曲線之關係簡述之。



第 3 0 圖



第 31 圖

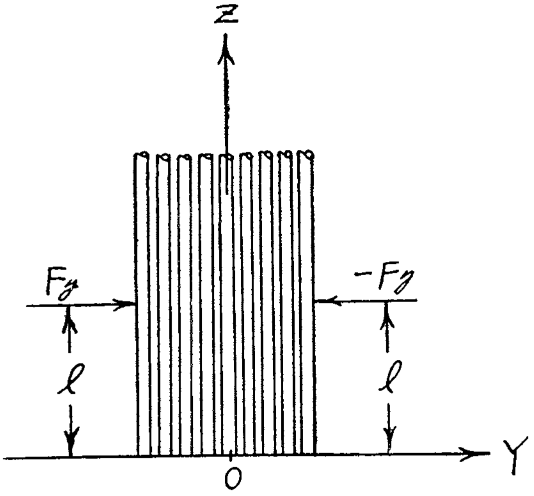


第 32 圖

設二組切刀之刀口曲線分別爲 $\overset{\frown}{AO}$ 及 $\overset{\frown}{OB}$，且$\overset{\frown}{AO}$與$\overset{\frown}{OB}$爲對稱，設切刀之刀口曲線已與某一株稻稈最外層某些稻稈接觸，如第32圖所示，在切刀之刀口$\overset{\frown}{AO}$及$\overset{\frown}{OB}$上，由於$\overset{\frown}{AA_1}$及$\overset{\frown}{BB_1}$段之曲率特大，故當切刀沿 X方向切入稻稈叢時，$\overset{\frown}{AA_1}$ 及$\overset{\frown}{BB_1}$間之收縮特大，亦即Y軸間之變化特大。如由Y—Z面（Y—Z Plane）觀之，則如第 33 圖所示，在離表土l處，切刀口$\overset{\frown}{AA_1}$ 及$\overset{\frown}{BB_1}$以Fy及—Fy之力加於稻稈，由於 $\overset{\frown}{AA_1}$ 及$\overset{\frown}{BB_1}$ 之曲率極大，亦即此時之Fy 及—Fy 均極大，由於 Fy及— Fy 爲大小相等，方向相反，且在同一直線上之力，故兩側之稻稈極易爲其割斷，又稻稈叢中間之稻稈，其沿 X負方向（參攷第32圖）之稻稈，根據本節（i）之分析，亦易割斷，剩下之稻稈爲中間沿X正方向之稻稈，因其受偏

斜之影響極大不易割斷，故切刀口 $A_1\overset{\frown}{O}$ 及 $\overset{\frown}{O}B_1$之曲率極小，其目的即在減少偏斜（Deflection） 對割稻之惡影響，亦即使稻稈在偏斜極小之下爲切刀切斷。

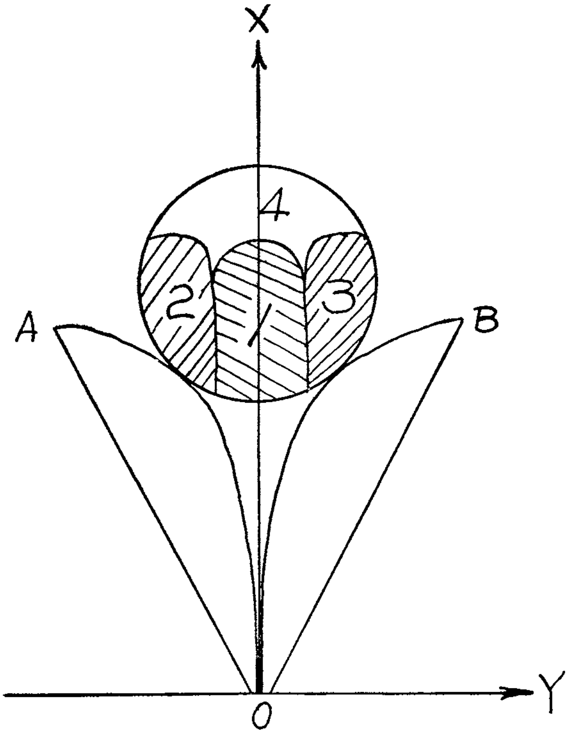
縱觀以上之分析，吾人因而發現，在多本水稻之切割中，各單本水稻被切斷之難易，並不相同，如用圖表示之則如第34圖所示，稻稈在1.2.3 區以內者均易被割斷，在第四區內者則否，故在設計割稻之切刀時，設計者最應愼重考慮者爲第四區之水稻，其他各區之水稻則較易處理。



第 33 圖

(iii) 短碎稻稈之由來

用手提割稻機切割水稻時，常有極短之細碎稻稈出現，究其原因，亦多爲偏斜現象下之產物，蓋水稻受力後，沿力之方向必發生偏斜，已如第6節所述，惟第6節所得之結果均係將水稻本身之重量不予計算，事實上由水稻本身重量所生之彎曲力矩其對偏斜之影響已至不可忽略之地步。以此之故，割稻時由割切力F_B，水稻本身重量所生之彎曲力矩及水稻自然偏斜所生之總偏斜將遠超出第14圖所述由割切力 F_B 所生之偏斜x_1，以此之故，當水稻第一次被切刀切斷後，如再有機會被切刀作二次割切時，此時水稻之切餘部份（約相等於第14圖內 $\overset{\frown}{O}B_1$ 一段稻稈）因已不受水稻重量及自然偏斜之影響，故 $\overset{\frown}{O}B_1$ 之高必超過 $\overline{OB}$ 之高甚多，故當第二次有機會爲切刀割切時，其超高部份即有一部份爲切刀再次切斷，而造成短碎稻稈，對割稻工作頗有不利之影響。



第 34 圖

11. **割稻機機體與表土間之摩擦與作用力間之關係。**

手提割稻機之動力爲全靠人力，已爲熟知之事實。唯用力之方向則大不相同，一般言之，

可大別爲三類：即手推式，手拉式及手拉壓力式，玆分述如下：

（i）手推式

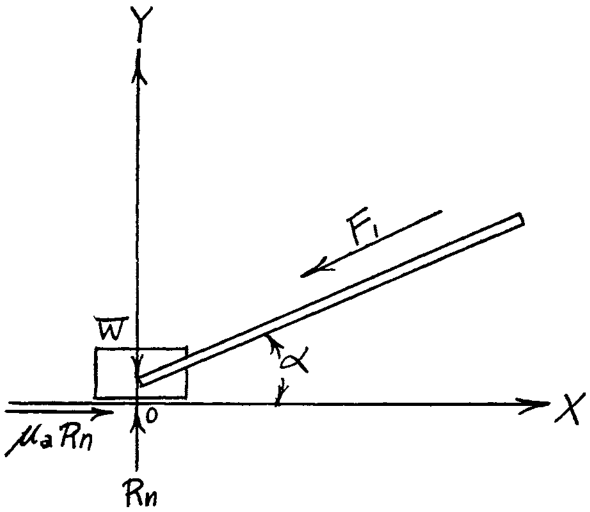
第35圖可爲手推式之代表，設割稻機重W，作用力F_1係沿手柄之方向加於割稻機者，又手柄與表土間之夾角爲α，表土與割稻機間之摩擦係數爲μ_2，割稻機之正壓力爲Rn，

則由 $\Sigma Fx=0$

及 $\Sigma Fy=0$

得：$\mu_2 Rn = F_1\cos\alpha$ （13—1）

$Rn = W + F_1\sin\alpha$ （13—2）



第 35 圖

（13—2）÷（13—1）得：

$$\frac{1}{\mu_2} = \frac{W+F_1\sin\alpha}{F_1\cos\alpha}$$

或$F_1\cos\alpha = \mu_2 W + \mu_2 F_1\sin\alpha$

$(\cos\alpha - \mu_2\sin\alpha)\ F_1 = \mu_2 W$

$$\therefore F_1 = \frac{\mu_2 W}{\cos\alpha - \mu_2\sin\alpha} \qquad (13—3)$$

（ii）手拉式

第36圖可爲手拉式之代表，設割稻機之重量仍爲W，作用力設爲F_2，其作用方向係沿手柄如圖所示者，手柄與表土間之夾角仍爲α，表土與割稻機間之摩擦係數爲μ_2，割稻機之正壓力爲Rn_1

則由 $\Sigma Fx=0$

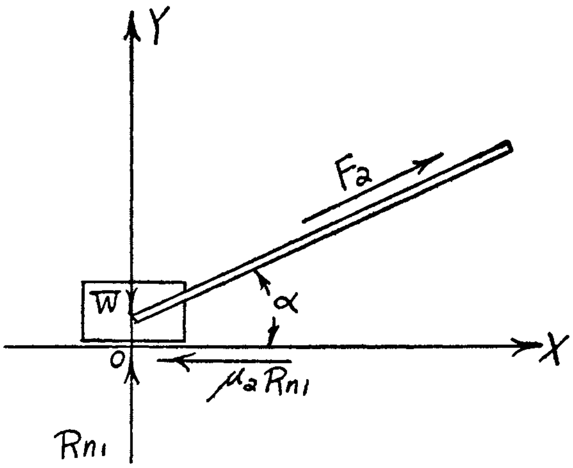
及 $\Sigma Fy=0$

得：$\mu_2 Rn_1 = F_2\cos\alpha$

……… （14—1）

$Rn_1 = W - F_2\sin\alpha$

……… （14—2）



第 36 圖

（14—2）÷（14—1）得：

$$\frac{1}{\mu_2} = \frac{W-F_2\sin\alpha}{F_2\cos\alpha}$$

$(\cos\alpha + \mu_2\sin\alpha)\ F_2 = \mu_2 W$

$$\therefore F_2 = \frac{\mu_2 W}{\cos\alpha + \mu_2\sin\alpha} \qquad (14—3)$$

(iii) 手拉壓力式

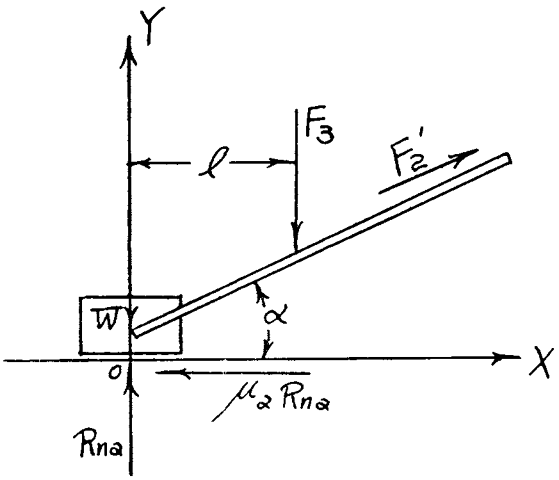
第37圖可爲手拉壓力式之代表，設割稻機之重量爲W，沿手柄上之拉力爲F_2'，手柄與表土間之夾角爲α，表土與割稻機間之摩擦係數爲μ_2，離Y軸 l 處有一平行於Y軸之下壓力F_3，設割稻機之正壓力爲Rn_2

則由 $\Sigma Fx=0$

及 $\Sigma Fy=0$

得：$\mu_2 Rn_2 = F_2'\cos\alpha$ ……… (15—1)

$Rn_2 = W - F_2'\sin\alpha + F_3$…… (15—2)



第 37 圖

(15—2) ÷ (15—1) 得：

$$\frac{1}{\mu_2} = \frac{W - F_2'\sin\alpha + F_3}{F_2'\cos\alpha}$$

$$\therefore\ F_2' = \frac{\mu_2(W+F_3)}{\cos\alpha + \mu_2\sin\alpha} \qquad (15—3)$$

討 論：

本節中F_1，F_2及F_2'爲當割稻機之重量爲W，割稻機與表土間之摩擦係數爲μ_2時，用人手推動或拉動割稻機所需之最小力，換言之，本節中所述之F_1，F_2及F_2'完全爲力氣之浪費，對於割稻全無用處，故以F_1，F_2或F_2'之值越小者，割稻機之效率愈高，又F_3爲某些割稻機爲保持切刀與表土平行時所需加之消耗力，亦可視爲力之浪費，今特先比較F_1及F_2。

由 (13—3) 得： $F_1 = \dfrac{\mu_2 W}{\cos\alpha - \mu_2\sin\alpha}$

由 (14—3) 得： $F_2 = \dfrac{\mu_2 W}{\cos\alpha + \mu_2\sin\alpha}$

式中W、μ_2均爲常數，又$0 \leqq \alpha \leqq \frac{\pi}{2}$，

當 $0 \leqq \alpha \leqq \frac{\pi}{2}$時

則 $1 \geqq \cos\alpha \geqq 0$

及 $0 \leqq \sin\alpha \leqq 1$

$\therefore$知$\cos\alpha$及$\sin\alpha$均爲大於零或等於零，小於1或等於1之正數。

$\because \cos\alpha + \mu_2\sin\alpha > \cos\alpha$

$\therefore \cos\alpha + 2\mu_2\sin\alpha > \cos\alpha$

以上不等式兩邊各減去$\mu_2\sin\alpha$

$\therefore \cos\alpha + \mu_2\sin\alpha > \cos\alpha - \mu_2\sin\alpha$

比較（13－3）及（14—3）。

∵二式之分子相同，分母不同，則分母大者所得商小，反之則大。

∴得：$F_1 > F_2$

上項不等式說明F_1所浪費之力氣較F_2爲多，由此可知（ii）之手拉式較（i）之手推式工作效率高。

次比較（14—3）及（15—3）

$$F_2 = \frac{\mu_2 W}{\cos\alpha + \mu_2 \sin\alpha} \qquad (14\text{—}3)$$

$$F'_2 = \frac{\mu_2 (W + F_3)}{\cos\alpha + \mu_2 \sin\alpha} \qquad (15\text{—}3)$$

在（14—3）及（15—3）中，二式之分母相同，分子不同。在（15—3）式中，當$F_3 = 0$時，（14—3）中之F_2與（15—3）式中之F'_2相等。

當$F_3 \neq 0$，且$F_3 > 0$時，

則$\mu_2 (W + F_3) > \mu_2 W$

$\therefore \quad F'_2 > F_2$

上項不等式說明當$F_3 > 0$時，F'_2所需浪費之力氣較之F_2爲多，由此可知（ii）之手拉式較（iii）之手拉壓力式工作效率爲高。

次比較（13—3）及（15—3）

$$F_1 = \frac{\mu_2 W}{\cos\alpha - \mu_2 \sin\alpha} \qquad (13\text{—}3)$$

$$F_2 = \frac{\mu_2 (W + F_3)}{\cos\alpha + \mu_2 \sin\alpha} \qquad (15\text{—}3)$$

∵ $\cos\alpha + \mu_2 \sin\alpha > \cos\alpha - \mu_2 \sin\alpha$

及 $\mu_2 (W + F_3) > \mu_2 W$

∴ 此一比較甚難求得F_1與F'_2之關係，爲方便計，

設 $F_1 = F'_2$ 將（13—3）及（15—3）代入得

$$\frac{\mu_2 W}{\cos\alpha - \mu_2 \sin\alpha} = \frac{\mu_2 (W + F_3)}{\cos\alpha + \mu_2 \sin\alpha}$$

$$F_3 (\cos\alpha - \mu_2 \sin\alpha) = 2W\mu_2 \sin\alpha$$

$$\text{則} F_3 = \frac{2W\mu_2 \sin\alpha}{\cos\alpha - \mu_2 \sin\alpha}$$

此一結果顯示，當$F_3 = \dfrac{2W\mu_2 \sin\alpha}{\cos\alpha - \mu_2 \sin\alpha}$時則$F_1 = F'_2$

否則 $F_1 \neq F'_2$

又由（13—3）、（14—3）及（15—3）中獲知，割稻機機體之重量亦爲一極大因素（Factor），即當W大時，F_1，F_2及F'_2之值大，否則值小。故知如欲使割稻機之效率提高，必須使W之值減小至最低限度，換言之，機重最輕者工作效率最好。

12. 討　論：

根據上文之分析，茲歸納如下：

（i）水稻成熟至收穫期間，其重心有逐漸上升之趨勢，此一趨勢影響水稻之自然傾斜頻距，對收穫

工作有不利之影響。

(ii) 割稻機加於稻稈之割切力，其速度與水稻倒伏之方向有關係。

(iii) 水稻在自然傾斜之情形下於割切後與水稻倒伏之方向有關。

(iV) 割稻機之切刀與表土間有一距離時對割稻之工作有不利之影響。當割切力之割切速度極慢時，此一不利之影響隨其間距離之三次方比例增加。

當割切力之割切速度極快時，此時之割切力已變成衝擊力，故割切效果較佳。

(V) 割稻機切刀之頂角小時所需之割切力小，反之則大。

(Vi) 割稻機二片切力之夾角小時所需之割切之小，反之則大。

(Vii) 多本稻割稻時，在一株水稻中，切刀最初接觸之水稻，因受偏斜之影響最小，故易割斷，最後接觸之水稻最難割斷。又兩側之稻稈亦易割斷。

(viii) 手拉式割稻機最省力，又割稻機重量最輕者最省力。

四、試驗及討論

1 、**試驗方法：**

以日本進口之手推式及手拉壓力式割稻機各一種及自製之手推式割稻機一種以及鐮刀各刈割水稻一坪（64株）以比較之。

2 、**試驗內容：**

本試驗所選擇之稻田係乾水田，稻株均在一般之自然傾斜情形下割切之。試驗計分二次，每次由不同之人員操作，其試驗記錄詳表一。

表一、割稻機具試驗記錄

割稻機具種類	試驗一		試驗二	
	收穫一坪水稻所需時間	殘株（本）	收穫一坪水稻所需時間	殘株（本）
鐮刀	33 秒	0	1分4秒	0
日製手拉壓力式割稻機	55 秒	4	54 秒	2
自製手推式割稻機	90 秒	50	2分38秒	27
日製手推式割稻機	3分22秒	129	6分27秒	59

3.**討　論：**

表一所列割稻機具試驗記錄，當時作者並未在場，故並未按照本文第三節所述之分析步驟試驗之。故上項記錄僅可供參考，不必斤斤計較其數字。

茲將以上三種割稻機分別介紹如下：

(i) 日製手推式割稻機

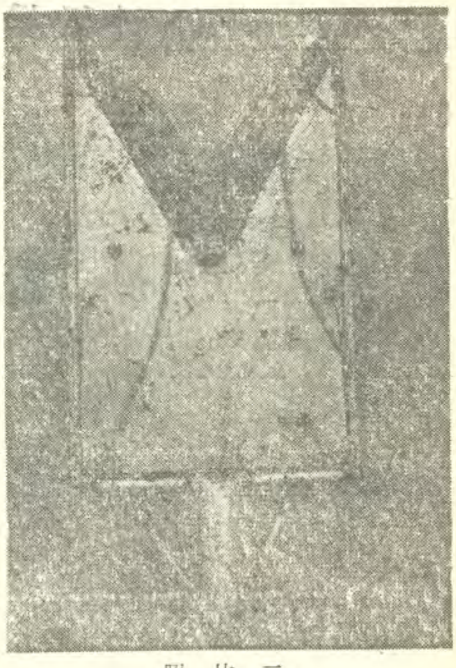
本型割稻機之機體如照片一所示，機體後端連以木製手柄即成，該機共重5.8 公斤，機體全長39公分，寬31公分，高35公分，柄長 117公分，該機之切刀與前文a圖相似，屬於a圖型者。此種切刀之最大缺點為對於第34圖所示第 4區水稻之最後數本常無法割斷，該機之原設計人或有鑒及此，故在機體前端右側加附活動小刀一把如照片一所示，割稻時如發現有數本水稻未能割斷時，用手按動另一副手柄，小刀即切入，斯時將割稻機向正常割稻時相反之

照 片 一

方向拉動，則稻稈自斷。此一設計，在原理上尚屬可行，唯實際效果如何，不無存疑之處。又割稻機在水田表土平坦時其切刀與表土間之距為1.4公分，亦即第14圖中之$l = 1.4$公分，割稻機切刀之頂角$\bar{\theta}$約為18度，即頂角平均值$\bar{\theta} = 18$度。又表一中記錄該機割稻時所遺未割斷之殘株數驚人，此或由於該機之切刀歷久未經磅磨及不諳使用活動小刀所致。

(ii) 自製手推式割稻機。

本型割稻機之機體如照片二所示，機體後端連以木柄即成，該機共重4.7公斤，機體全長39公分，寬22.5 公分，高35公分，柄長136公分，該機之切刀與前文 b圖 相似，屬於b 圖型。此種切刀之後端因係重疊，又重疊處中間有極小之縫隙，此一小縫隙，對於第34圖所示第 4 區之水稻常有延長割切水稻之効，即當稻稈在切刀重疊處無法割斷時，稻稈如能進入縫隙內，則將另有一次割切之機會。故較（i）之割稻機為佳，唯此種縫隙最易製造短碎稻稈，故其後端必需開一較大之口，以除去之。本割稻機在水田表土平坦時其切刀與表土間之距離為3.2公分，即$l = 3.2$公分，切刀頂角平均值$\bar{\theta} = 18$度，又切刀之夾角$(\pi - 2\alpha)$似嫌過大，又此種自製割稻機尚屬試驗性質，並未定形，可隨時改良之。



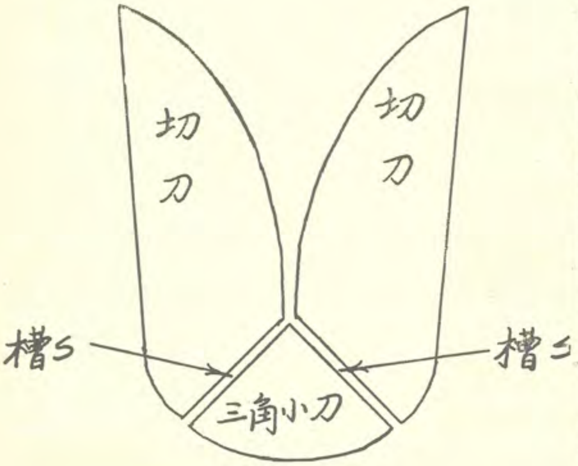
照 片 二

(iii) 日製手拉壓力式割稻機

本型割稻機之機體如照片三所示，機體後端連以P.V.C.管製手柄而成。該機共重 1.1 公斤，機體全長 19公分，寬15.5 公分，高39公分，柄長152公分，該機之切刀與前文 C 圖相似，屬C圖型。此型切刀口之曲線，雖與a 圖所示者相似，但刀口之二組曲線，即在如第 32 圖所示之O點處，其間之空隙亦甚大，而在O點之中心另有一隻三角小刀。此一三角小刀共有二組直線刃面，當第34圖所示第 4區之不易割斷之稻稈觸及三角小刀之尖端時，該尖端能將稻稈撕成兩部份，而由兩側之刃面切斷之，如果某一本稻桿僅觸及小刀之一刃面，由於該刃面之絕大部份均被置於二條極小之槽S中，如第38圖所示，稻桿受力後所生之偏斜現象大部份為槽S所破壞，故稻桿極易為刃面切斷。此一構造原理與 (ii) 之切刀重疊空隙極相近似，唯稻桿在槽 S 中則無被割切成短碎稻桿之虞，為其特色。本割稻機在水田表土平坦時切刀與表土間之距離為0.5公分，即$l = 0.5$ 公分，切刀頂

角平均值θ＝20度。

爲便於查攷，茲將以上各割稻機之特性列表比較如下：



第 38 圖

照 片 三

表二、割稻機特性比較表

割稻機種類	日製手推式	自製手推式	日製手拉壓力式
機體長（公分）	39	39	19
機體寬（公分）	31	22.5	15.5
機體高（公分）	35	35	39
手柄長（公分）	117	136	[illegible]52
割稻機總重（公斤）	5.8	4.7	1.1
切刀型式	a圖型	b圖型	c圖型
切刀頂角θ平均值（度）	18	18	20
切刀與表土間距離 l（公分）	1.4	3.2	0.5
出力型式	手推式	手推式	手拉壓力式
二片切刀直線夾角（度）	38	63	40

註：(1) 表二中所列二片切刀直線夾角之度量法係如第32圖所示，以∠AOB之度數爲二片切刀之直線夾角，與切刀口曲線之曲率無關故，由該項度量法所得之角度值，僅可供參攷之用，無實質上之價值。

(2)由表二所得數值並參閱第三節第12之結論比較之，即可獲知以上各型割稻機之優劣。

照 片 四

割稻機於切割水稻時，其如第34圖第4 區之水稻受偏斜作用影響之嚴重性可由照片四中看出。割稻機用力之方向可以明顯地察知無遺。又照片四係選擇其情形較爲特殊者，一般言之，仍係按照第39圖之形態切斷者。人工割稻亦有第 39 圖之現象發生，此一現象可由照片五中察知。此一現象之發生與偏斜作用固亦有關係，然其最主要之原因乃係由於第25圖所示，因切刀於切割稻桿時切刀與稻桿間有r 角存在所致。

照 片 五

照 片 六

照 片 七

照 片 八

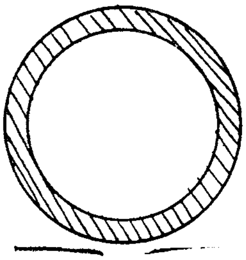
割稻機於割稻時，其間如有稻桿未被切斷，則此等稻桿將擋住切刀之刀口。此一現象，如用第三節第7小節之理論解釋之，則爲 θ角之急遽增加。通常在此一情况下，θ 角之値幾已達90度，致無法將其他稻桿切斷，如照片六所示。照片七爲自製手推式割稻機，將水稻切斷後水稻倒伏之情形。照片八爲日製手拉壓力式割稻機切刀插入稻株時之情形。照片九爲該型割稻機切割水稻及水稻倒伏之情形。又第37圖所示壓力F_3之作用情形，可由該照片中淸晰見到。

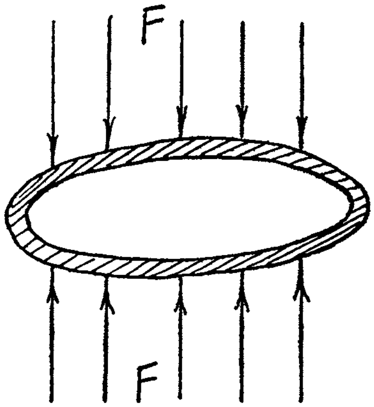
照 片 九

前文所述切刀與表土間距離 l 之値應越小越好，但因水田經插秧及中耕除草後，田面極不平坦，如 l 之値極小，不僅表土所生對機體之阻力加大，且易使切刀切入土中，減短割稻機之壽命及切刀之易於磨損，亦即使 θ角之增直加而使割切効果降低。本所自製手推式割稻機其 l 之値雖大，對於割切稻桿有極不利影響，但却能減少將切刀切入土中之機會，及減少切刀之磨損，故亦有可取之

處。又日製手拉壓力式割稻機其 l 之值雖小，但其切刀切入土中之機會並不如預期之多，究其原因，乃由於該機機體重量最輕，且手柄係由具有彈性之P.V.C.管製成，故手柄上雖另受有F_3力（參閱第37圖）之作用，其切刀切入土中之現象，亦不致如預期之嚴重。

前文均係假定稻桿爲實心圓柱體，實際上稻桿多呈管狀，且管壁甚薄，如第39圖所示。而僅在稻之莖節（Node）處勉强可視爲圓柱體，以此之故，加之稻桿之回復係數極低，彈性限度之範圍（Range）極小。故當稻稈受力後稻桿即被作用力壓成如第40圖所示之扁平形，因此稻桿方能進入自製手推式割稻機切刀重疊處之空隙或第38圖所示之槽S中而被割斷，如稻桿仍爲圓柱體則無法進入。


第39圖



第40圖

附表一

水稻各熟期之千粒重

（錄自盧守耕先生編著稻作學1965年版）

熟		期	穀千粒重（單位：克）
乳	熟	（9月30日採）	8.50
糊	熟	（10月10日採）	16.30
黃	熟	（10月25日採）	20.24
完	熟	（11月10日採）	22.22

A Primary Study in Hand Rice Cutters

by

Chitsai Tan and Ching-piao Wu

Summary

1. The centers of gravity of the culms have a tendency to raise from their original positions during the time from maturity to harvest. This tendency, which will cause a bitter natural deflection of the culms, will affect the smooth cuttings of the culms badly by a hand rice cutter.

2. The falling direction of culms which are under cutting will be deeply affected by the speed of the cutting force of a hand rice cutter as well as by the natural deflection of culms.

3. The height between blades of a rice cutter and the ground will affect rice cuttings very badly. When the speed of the cutting force of a hand rice cutter is extremely very low, this ill affection will be increased with the third power of the height; On the contrary, when that speed is extremely very high, that is to say, that cutting force has become an impulsive force adding to the culm, hence, the cutting effect of the rice cutter will be much better.

4. The cutting force of a hand rice cutter will be decreased sharply when the tip angle of the blades of a hand rice cutter is sharply decreased, and vi'ce ver' sa.

5. The cutting force of a hand rice cutter will be also decreased sharply when the angle between these two blades is sharply decreased and vi'ce ver'sa.

6. In multiple rice cutting, in every single bundle of culms, the culms which are in contact with the blades in the very beginning and are affected by the effect of deflection very slightly, will be cut down very easily. Those culms, which are under cutting in the last of that interval and are affected by the effect of deflection very badly, won't be cut down so easily. The culms on the sides of a single bundle will be cut down very easily also.

7. The hand pulling rice cutter and the lightest hand rice cutter, which will need less man power to drive, are the best among them.

Author's Words

It is very easy for a farmer to cut down thc rice culms by a sickle during the harvest season at present or in ancient time. Farmers all over the world can do this job practically even not in necessity of using their lovely heads during that occasion. It is possible that there isn't a gentleman among them who has ever raised a question in his mind like this one: "Why the culms can be so easily cut down by such a simple sickle or by such a rice cutter?"

"Why the culms can be so easily cut down by a simple sickle or by a rice cutter?" perhaps it is considered as a very funny and stupid question in the minds of most people, because this question in their minds is considered as very easily to be solved by action. That is to say, whenever anyone has raised this kind of question in his mind, if there is a sickle or a rice cutter, for his own benfit, it is better for himself to solve this problem by cutting the culms with that sickle or that rice cutter. Because it is very easy for him to do so, and so simple it will go! But why? it should not be considered as a matter of fact, you should find the reason. Perhaps it is a question very simple in action or in appearance, or in every day life, but it is not so simple in theory or especially in mechanics. It is so complicated that the author dared not even to touch it in the very beginning and it is still very sorry, and uneven in his inner heart when this essay has been finished even right now.

As was graduated from the department of physics several years ago, the author has no experience in handling actual problems such as rice cuttings, a problem which is so estranged to him, to his studies. It was not so easy for him to accept such an offer to write an essay about such a topic in so short a period--less than a month, such as to say.

It is natural that the author might have made so many errors in this essay, but there is a goal in his mind, that is, the author who wrote this essay with courage, no matter it is right or wrong, wants to raise some questions in this particular field to whom it may concern, to discuss or to study this particular problem which has had existed so long a time. there is a saying, "To err is natural, to rectify is glory." If there is nothing called wrong in this world, there will be nothing called right. If someone will have derived a certain theory which will make this problem been solved and final, just because he has found something wrong in this essay, the goal of this essay will have been reached or fulfilled.

The author thought that the study on rice cutters should be based on certain potential and basic theories especially in the very beginning. If there is a certain theory which had been derived by no one, it is advicable for those who are concerned to accomplish it. The author takes the courage as well as the advantage and intends, if not so anxiously, to do some fundamental works for this particular topic

which, hc thinks, are more important than those who are labourng in experiment on trial and experience, but he leaves a lot of problems unsolved which he wishes those who are concerned to discuss, to study and to solve in the near future. If someone really intends to establish some basic theory or to solve any of these items in this particular field, it might cost him labouring for a long time, but in his words, the author's, that is worthy.

In writing this essay, the author received valuable help from his colleagues who made detailed and thoughtful comments that resulted in a number of improvements.

Thanks to all members of this department who had given a hand to the author directly or indirectly.

References

Robert A. Becker, "Introduction to Theoretical Mechanics" 1954

S. Timoshenko and D. H. Young, "Elements of Strength of Materials" 1962

盧守耕編著: 稻作學 1965

勘　誤　表

頁次 (Page)	行 (Line)	誤 (Wrong)	正 (Correct)
2	27	即Wc－△Wc＝g（t△△t）……………………	即Wc－△Wc＝g（t＋△t）……………………
6	18	間，$\vec{V}_2$爲衝擊力$\vec{F}$作用2秒後G之速度	間，$\vec{v}_2$爲衝擊力$\vec{F}$作用τ秒後G之速度
6	26	或　$\vec{V}_2 = \overrightarrow{\mid p}$ m	或　$\vec{v}_2 = \frac{\vec{p}}{m}$
8	10	由於稻稈之回復係數　小	由於稻稈之回復係數甚小
8	21	由　(5—4)，(5—)，	由　(5—4)，(5—1)，
15	3	如欲使x_1之值減小，由 (	如欲使x_1之值減小，由 (8
15	7	如欲使x之值減小，則必須使l之值減	如欲使x_1之值減小，則必須使l之值減
20	24	又MMat (o) ＝0	又ΣMat (o) ＝0
21	21	(Enp	(End
25	5	則　$x''_2 > x$	則　$x''_2 > x'_1$
32	8	……切力之夾角小時所需之割切之小，………	……切刀之夾角小時所需之割切力小，……
36	14	亦即使θ角之增直加………	亦即使θ角之值增加……………
40	1	labourng	labouring